第六章

需求

需求函數的性質

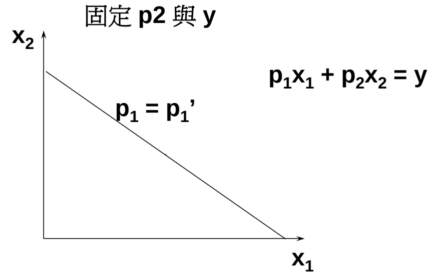
- 一般需求函數的比較靜態分析
  研究一般需求 $x_1^*(p_1,p_2,y)$ 與 $x_2^*(p_1,p_2,y)$ 如何回應價格 p_1，p_2 與所得 y 的變動

自家價格變動

- 給定 p_2 與 y ，$x_1^*(p_1,p_2,y)$ 如何反應 p_1 的變動？
- 設若只有 p_1 提高，由 p_1' 到 p_1'' 再到 p_1'''

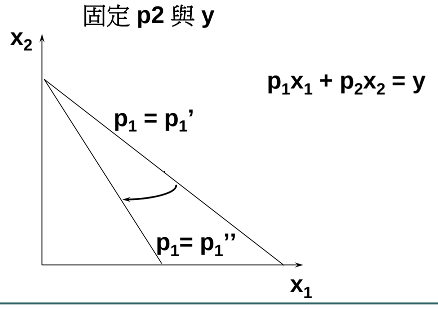
自家價格變動

固定 **p2 與 y**



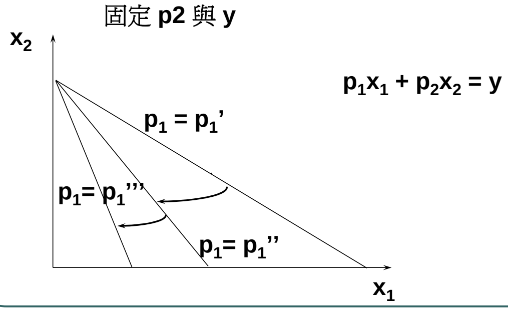
自家價格變動

固定 **p2 與 y**

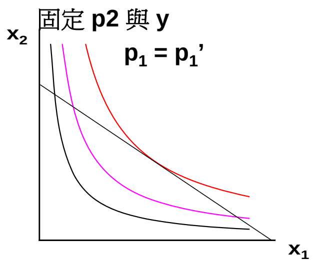


自家價格變動

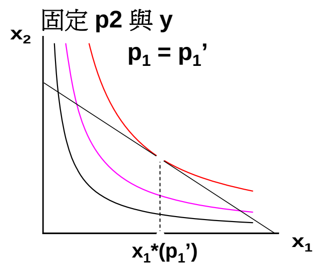
固定 **p2 與 y**



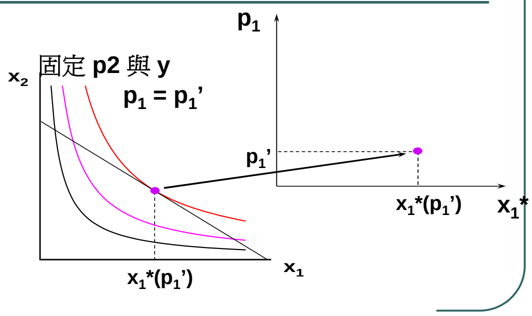
自家價格變動



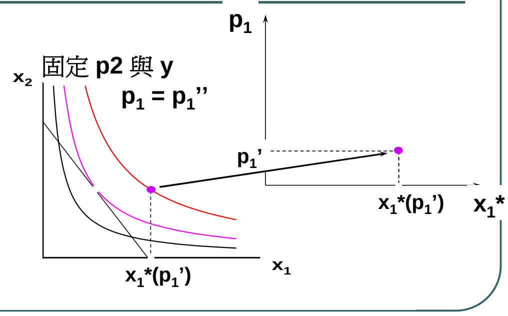
自家價格變動



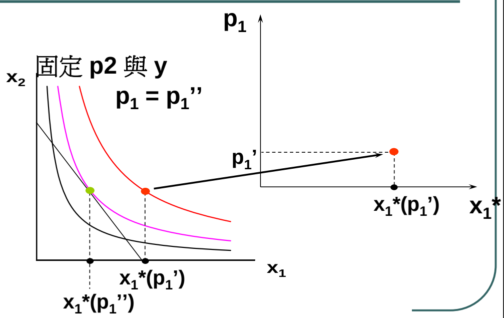
自家價格變動



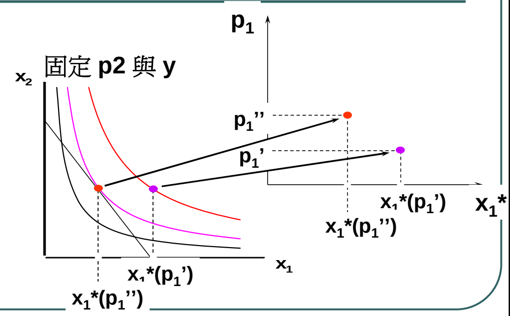
自家價格變動



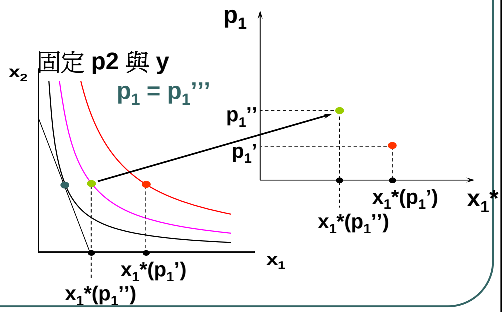
自家價格變動



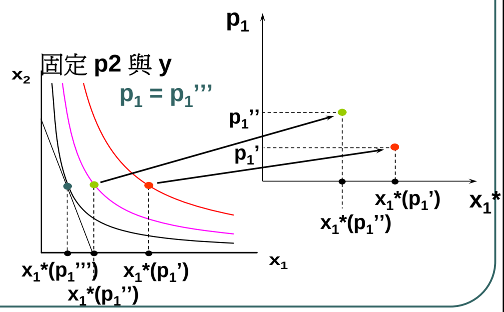
自家價格變動



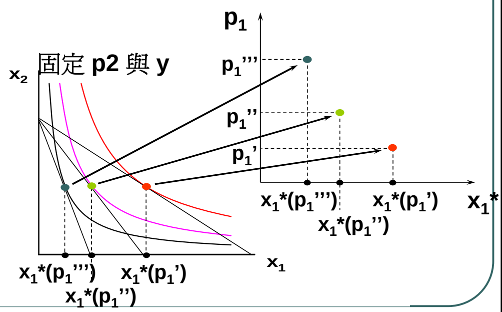
自家價格變動



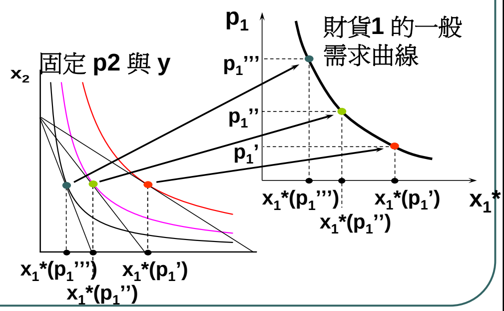
自家價格變動



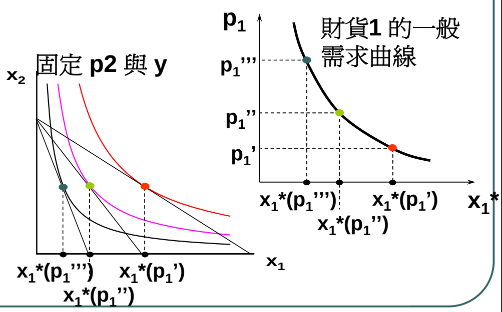
自家價格變動



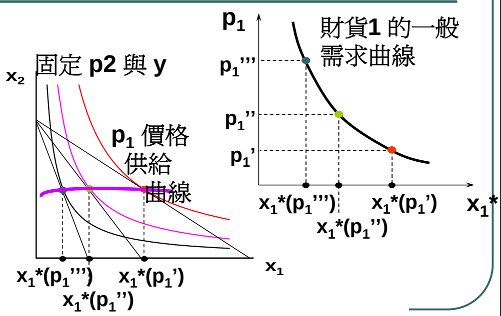
自家價格變動



自家價格變動



自家價格變動



自家價格變動

- 給定p_2 與 y ，p_1 變動，所有效用最高組合連成的曲線，稱之爲 ***p_1的價格提供曲線***
- 描繪p_1價格供給線的 x_1軸與其對應的 p_1 ，得到***財貨 1 的一般需求曲線***

自家價格變動

- Cobb-Douglas型偏好下，p_1的價格供給曲線是啥樣？

自家價格變動

- Cobb-Douglas型偏好下，p_1的價格供給曲線是啥樣？
- 取

$$U(x_1,x_2) = x_1^a x_2^b.$$

則財貨 1 與 2的一般需求函數爲

自家價格變動

$$x_1^*(p_1,p_2,y) = \frac{a}{a+b} \times \frac{y}{p_1}$$

且

$$x_2^*(p_1,p_2,y) = \frac{b}{a+b} \times \frac{y}{p_2}.$$

留意 x_2* 不含 p_1 ，故 p_1 的價格供給線爲

自家價格變動

$$x_1^*(p_1,p_2,y) = \frac{a}{a+b} \times \frac{y}{p_1}$$

且

$$x_2^*(p_1,p_2,y) = \frac{b}{a+b} \times \frac{y}{p_2}.$$

留意 x_2* 不含 p_1 ，故 p_1 的價格供給線爲水平線

自家價格變動

$$x_1^*(p_1,p_2,y) = \frac{a}{a+b} \times \frac{y}{p_1}$$

且

$$x_2^*(p_1,p_2,y) = \frac{b}{a+b} \times \frac{y}{p_2}.$$

留意 x_2* 不含 p_1 ，故 p_1 的價格供給線爲水平線，**且財貨1 的一般需求線爲**

自家價格變動

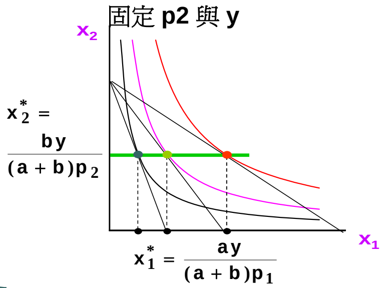
$$x_1^*(p_1,p_2,y) = \frac{a}{a+b} \times \frac{y}{p_1}$$

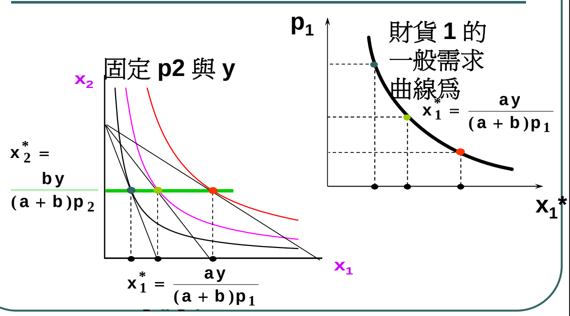
且

$$x_2^*(p_1,p_2,y) = \frac{b}{a+b} \times \frac{y}{p_2}.$$

留意 x_2* 不含 p_1 ，故 p_1 的價格供給線爲水平線，且財貨1 的一般需求線爲*直角雙曲線*

自家價格變動





自家價格變動

- 完全互補效用函數的 p_1 價格供給線爲啥樣？

自家價格變動

- 完全互補效用函數的 p_1 價格供給線爲啥樣？

$$U(x_1,x_2) = \min\{x_1,x_2\}.$$

財貨1 與 2的一般需求函數爲

自家價格變動

$$x_1^*(p_1,p_2,y) = x_2^*(p_1,p_2,y) = \frac{y}{p_1+p_2}.$$

自家價格變動

$$x_1^*(p_1,p_2,y) = x_2^*(p_1,p_2,y) = \frac{y}{p_1+p_2}.$$

給定 p_2 與 y，提高 p_1 會減少 x_1^* 與 x_2^*

自家價格變動

$$x_1^*(p_1,p_2,y) = x_2^*(p_1,p_2,y) = \frac{y}{p_1+p_2}.$$

給定 p_2 與 y，提高 p_1 會減少 x_1^* 與 x_2^*

而 $p_1 \to 0, \quad x_1^* = x_2^* \to \frac{y}{p_2}.$

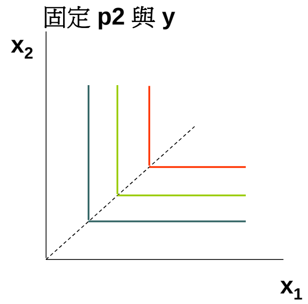
自家價格變動

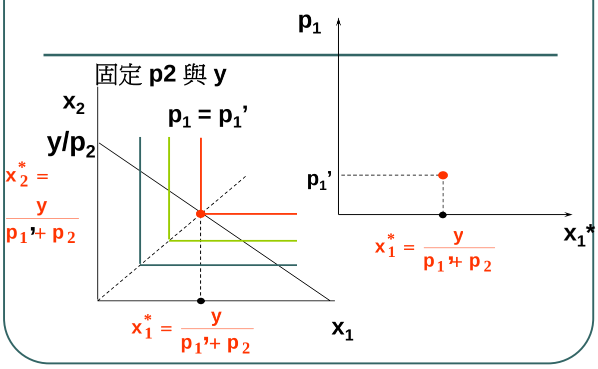
$$x_1^*(p_1,p_2,y) = x_2^*(p_1,p_2,y) = \frac{y}{p_1+p_2}.$$

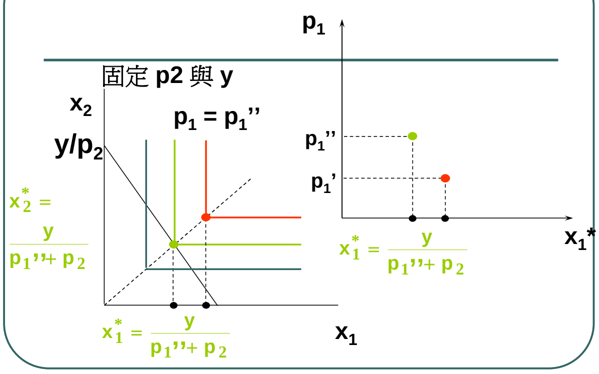
給定 p_2 與 y，提高 p_1 會減少 x_1^* 與 x_2^*

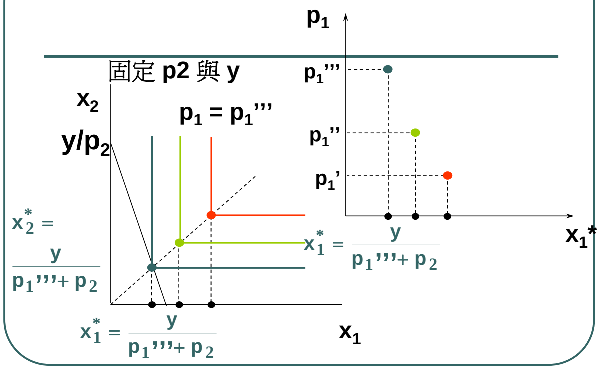
而 $p_1 \to 0, \quad x_1^* = x_2^* \to \frac{y}{p_2}.$

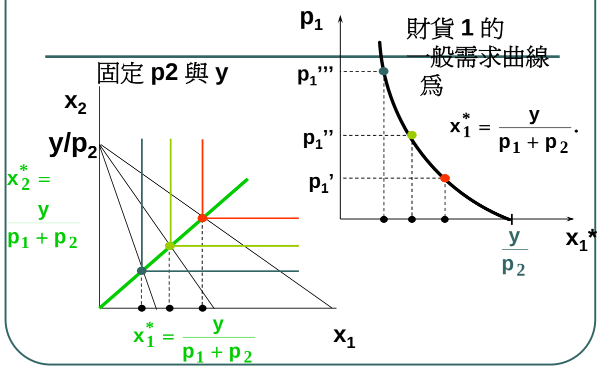
而 $p_1 \to \infty, \quad x_1^* = x_2^* \to 0.$











自家價格變動

- 完全替代效用函數的 p1 價格供給線爲啥樣？

$$U(x_1, x_2) = x_1 + x_2.$$

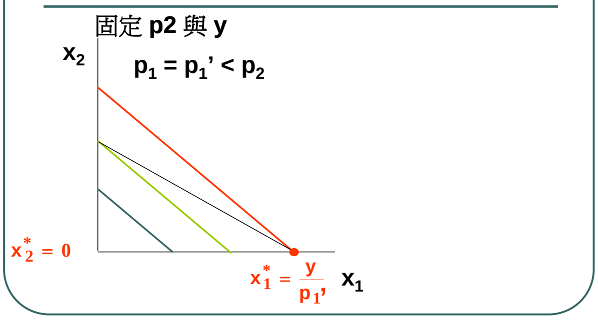
財貨**1** 與 **2**的一般需求函數爲

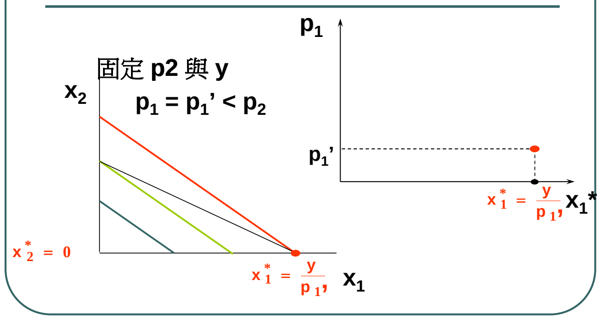
自家價格變動

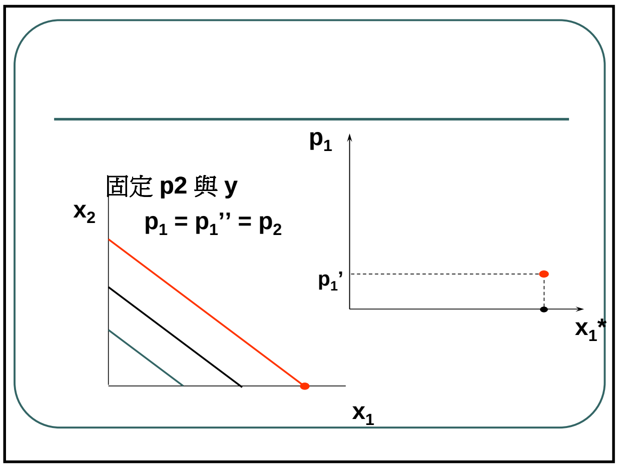
$$x_1^*(p_1, p_2, y) = \begin{cases} 0 & , \text{if } p_1 > p_2 \\ y/p_1 & , \text{if } p_1 < p_2 \end{cases}$$

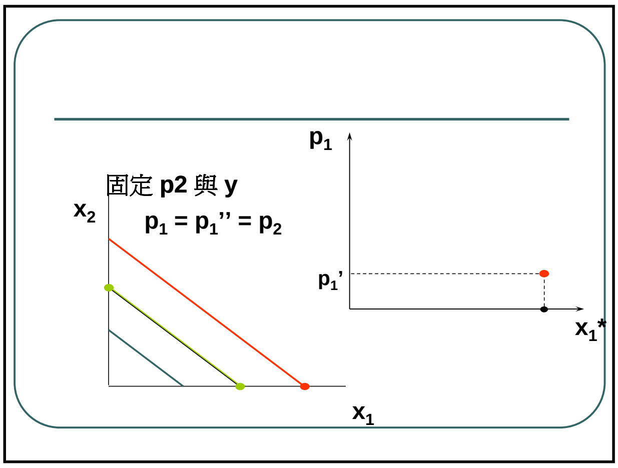
且

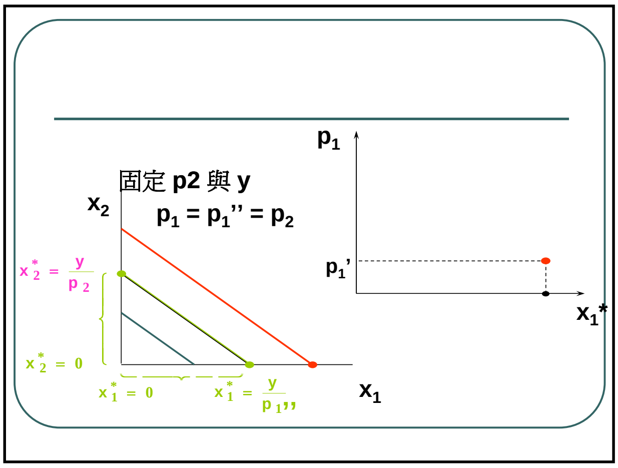
$$x_2^*(p_1, p_2, y) = \begin{cases} 0 & , \text{if } p_1 < p_2 \\ y/p_2 & , \text{if } p_1 > p_2. \end{cases}$$

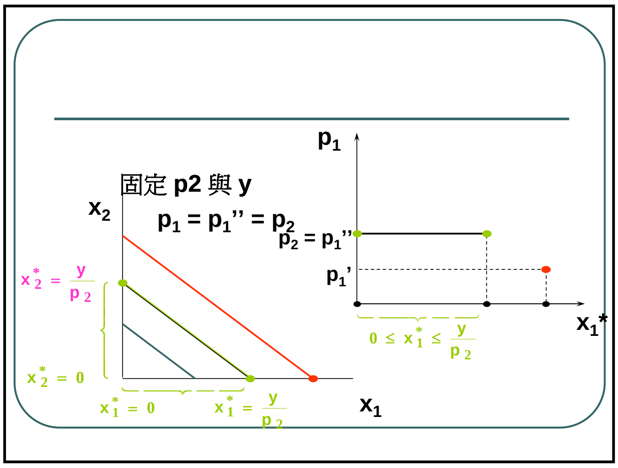


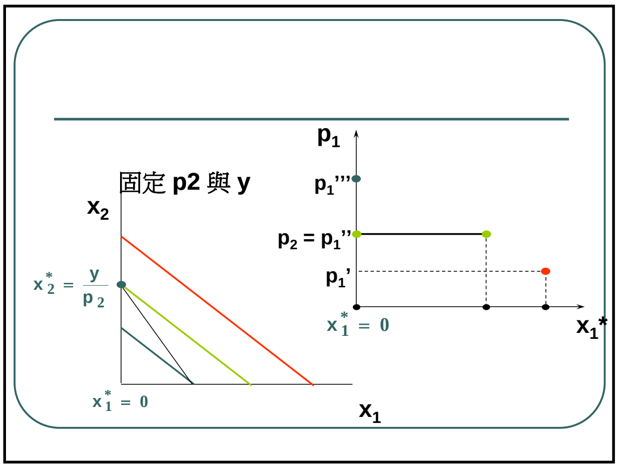


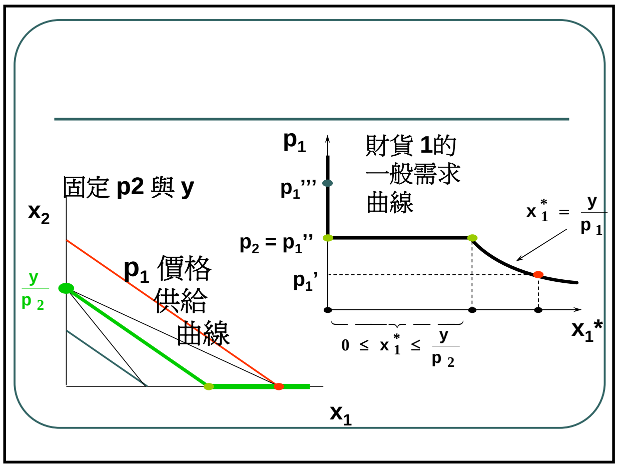

固定 p2 與 y
$p_1 = p_1'' = p_2$
p_1
p_1'
x_2
x_1
x_1^*


固定 p2 與 y
$p_1 = p_1'' = p_2$
p_1
p_1'
x_2
x_1
x_1^*


固定 p2 與 y
$p_1 = p_1'' = p_2$
p_1
p_1'
x_2
$x_2^* = \frac{y}{p_2}$
$x_2^* = 0$
$x_1^* = 0$
$x_1^* = \frac{y}{p_1''}$
x_1
x_1^*


固定 p2 與 y
$p_1 = p_1'' = p_2$
p_1
$p_2 = p_1''$
p_1'
x_2
$x_2^* = \frac{y}{p_2}$
$x_2^* = 0$
$x_1^* = 0$
$x_1^* = \frac{y}{p_2}$
$0 \le x_1^* \le \frac{y}{p_2}$
x_1
x_1^*


固定 p2 與 y
p_1
p_1'''
$p_2 = p_1''$
p_1'
x_2
$x_2^* = \frac{y}{p_2}$
$x_1^* = 0$
$x_1^* = 0$
x_1
x_1^*

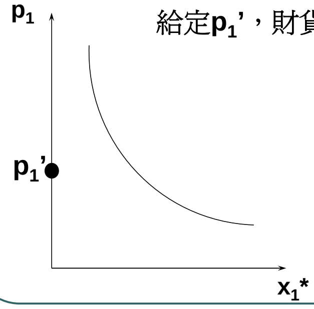

固定 p2 與 y
p_1
財貨 1的
一般需求
曲線
p_1'''
$p_2 = p_1''$
p_1'
$x_1^* = \frac{y}{p_1}$
x_2
$\frac{y}{p_2}$
p_1 價格
供給
曲線
$0 \le x_1^* \le \frac{y}{p_2}$
x_1
x_1^*

自家價格變動

- 通常會問「給定財貨 1 的價格，其需求量爲何？」
- 我們也可以逆著問「給定財貨 1 的需求量，其價格應該爲何？」

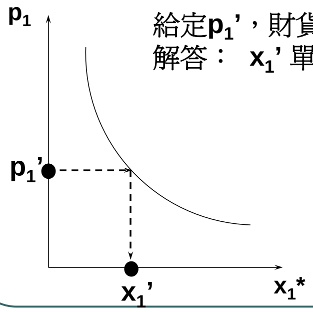
自家價格變動

給定p_1'，財貨 1 的需求量爲何？



自家價格變動

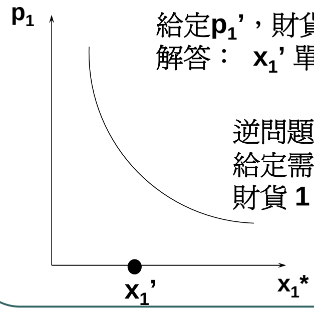
給定p_1'，財貨 1 的需求量爲何？
解答： x_1' 單位



自家價格變動

給定p_1'，財貨 1 的需求量爲何？
解答： x_1' 單位

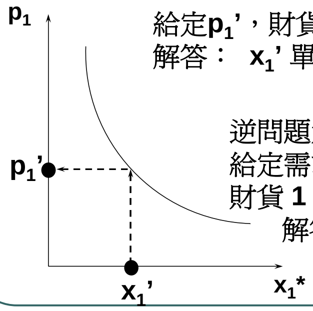
逆問題爲：
給定需求量x_1' 單位，
財貨 1 的價格爲何？



自家價格變動

給定p_1'，財貨 1 的需求量爲何？
解答： x_1' 單位。

逆問題爲：
給定需求量x_1' 單位，
財貨 1 的價格爲何？
解答： p_1'



自家價格變動

- 給定需求量來問價格應當爲何，此爲財貨的逆需求函數或需求價格函數

自家價格變動

Cobb-Douglas範例：

$$x_1^* = \frac{ay}{(a+b)p_1}$$

為一般需求 函數，而

$$p_1 = \frac{ay}{(a+b)x_1^*}$$

為逆需求函數

自家價格變動

完全互補範例：

$$x_1^* = \frac{y}{p_1 + p_2}$$

為一般需求函數，而

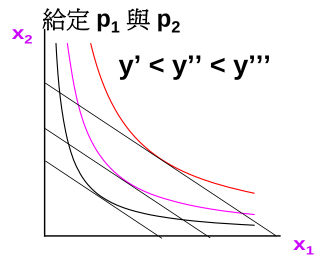
$$p_1 = \frac{y}{x_1^*} - p_2$$

為逆需求函數

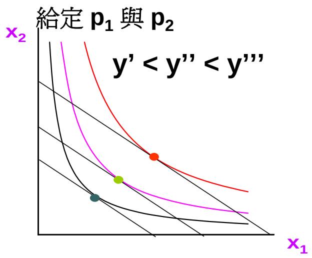
自家價格變動

- 給定 p_1 與 p_2，$x_1^*(p_1,p_2,y)$ 如何隨 y變動？

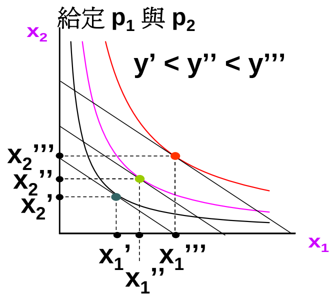
所得變動



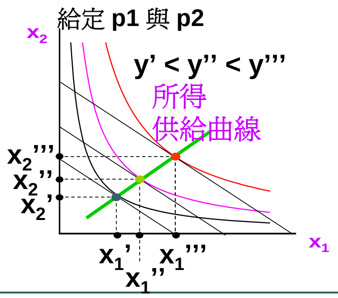
所得變動



所得變動



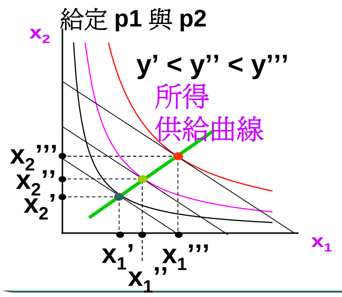
所得變動



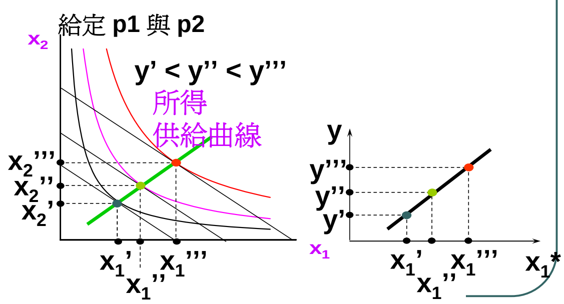
所得變動

- 針對各個所得描繪需求量，稱作 Engel 曲線

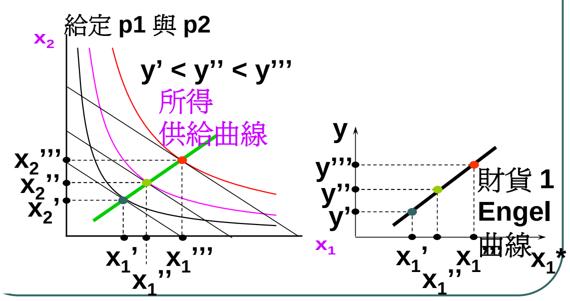
所得變動



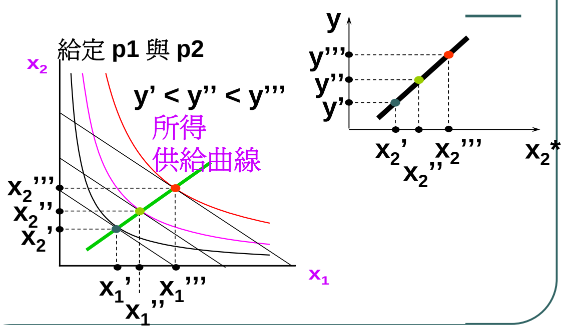
所得變動



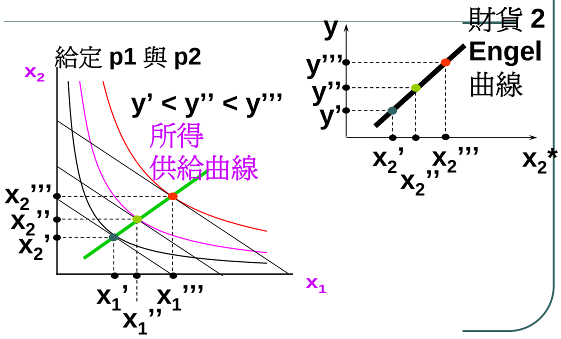
所得變動



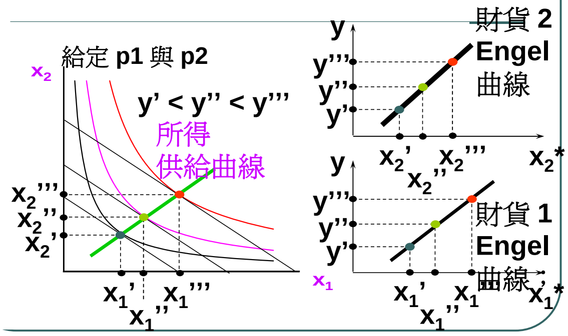
所得變動



所得變動



所得變動



所得變動與Cobb-Douglas偏好

- 計算Engel曲線方程式的範例；以Cobb-Douglas爲例

$$U(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$$

- 一般需求方程式寫作

$$x_1^* = \frac{ay}{(a+b)p_1}; \quad x_2^* = \frac{by}{(a+b)p_2}.$$

所得變動與Cobb-Douglas偏好

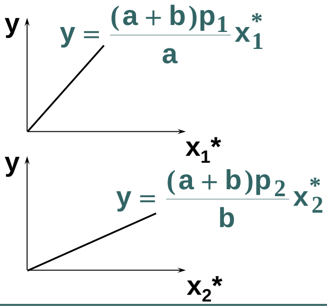
$$x_1^* = \frac{ay}{(a+b)p_1}; \quad x_2^* = \frac{by}{(a+b)p_2}.$$

重新排項以分離 y，得到：

$$y = \frac{(a+b)p_1}{a} x_1^* \quad \text{財貨 1 的Engel 曲線}$$

$$y = \frac{(a+b)p_2}{b} x_2^* \quad \text{財貨 2 的Engel 曲線}$$

所得變動與Cobb-Douglas偏好



財貨 1 的 Engel 曲線

財貨 2 的 Engel 曲線

所得變動與完全互補偏好

- 計算Engel 曲線方程式的另外一個範例；以完全互補爲例：

$$U(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}.$$

- 一般需求方程式寫作

$$x_1^* = x_2^* = \frac{y}{p_1 + p_2}.$$

所得變動與完全互補偏好

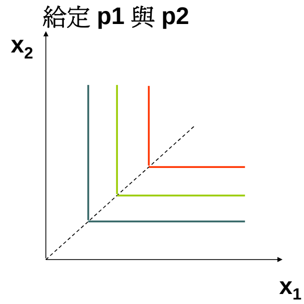
$$x_1^* = x_2^* = \frac{y}{p_1 + p_2}.$$

重新排項以分離 y，得到：

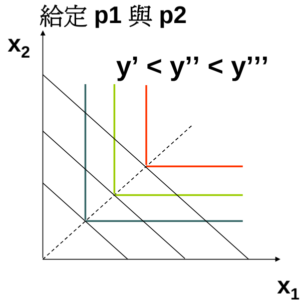
$y = (p_1 + p_2)x_1^*$ 財貨 1 Engel 曲線

$y = (p_1 + p_2)x_2^*$ 財貨 2 Engel 曲線

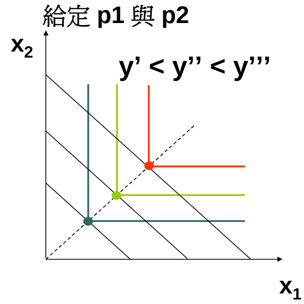
所得變動



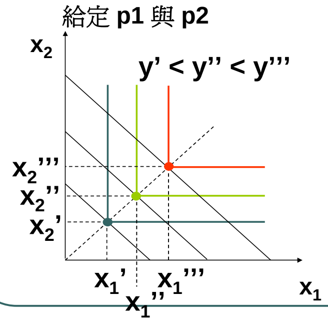
所得變動



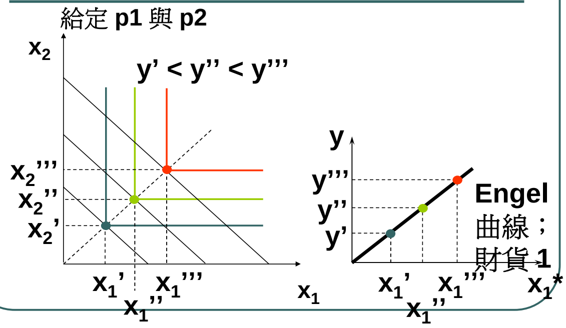
所得變動



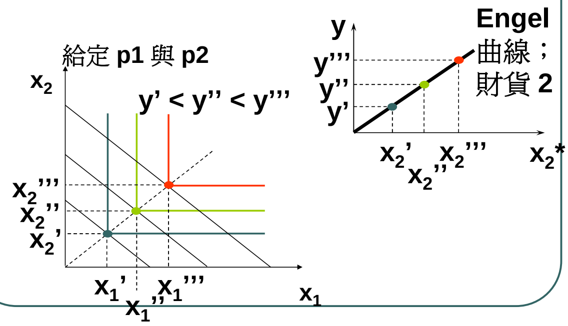
所得變動



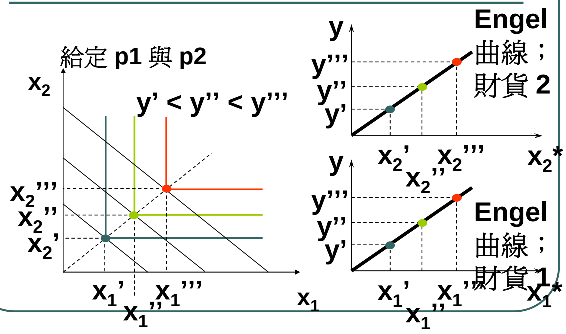
所得變動



所得變動



所得變動

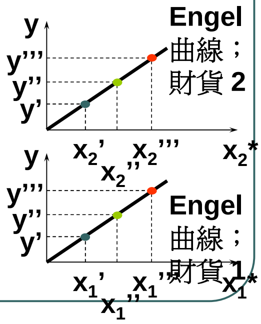


所得變動

給定 p1 與 p2

$y = (p_1 + p_2)x_2^*$

$y = (p_1 + p_2)x_1^*$



所得變動與完全替代偏好

- 計算Engel 曲線方程式的又一個範例； 以完全替代爲例：

$$U(x_1,x_2) = x_1 + x_2.$$

- 一般需求方程式寫作

所得變動與完全替代偏好

$$x_1^*(p_1,p_2,y) = \begin{cases} 0 & , \text{if } p_1 > p_2 \\ y/p_1 & , \text{if } p_1 < p_2 \end{cases}$$

$$x_2^*(p_1,p_2,y) = \begin{cases} 0 & , \text{if } p_1 < p_2 \\ y/p_2 & , \text{if } p_1 > p_2. \end{cases}$$

所得變動與完全替代偏好

$$x_1^*(p_1,p_2,y) = \begin{cases} 0 & , \text{if } p_1 > p_2 \\ y/p_1 & , \text{if } p_1 < p_2 \end{cases}$$

$$x_2^*(p_1,p_2,y) = \begin{cases} 0 & , \text{if } p_1 < p_2 \\ y/p_2 & , \text{if } p_1 > p_2. \end{cases}$$

設若$p_1 < p_2$。 則

所得變動與完全替代偏好

$$x_1^*(p_1,p_2,y)=\begin{cases}0 & ,\text{if } p_1>p_2\\ y/p_1 & ,\text{if } p_1<p_2\end{cases}$$

$$x_2^*(p_1,p_2,y)=\begin{cases}0 & ,\text{if } p_1<p_2\\ y/p_2 & ,\text{if } p_1>p_2.\end{cases}$$

設若$p_1 < p_2$。 則 $x_1^*=\dfrac{y}{p_1}$ 且 $x_2^*=0$

所得變動與完全替代偏好

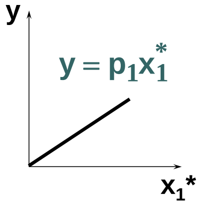
$$x_1^*(p_1,p_2,y)=\begin{cases}0 & ,\text{if } p_1>p_2\\ y/p_1 & ,\text{if } p_1<p_2\end{cases}$$

$$x_2^*(p_1,p_2,y)=\begin{cases}0 & ,\text{if } p_1<p_2\\ y/p_2 & ,\text{if } p_1>p_2.\end{cases}$$

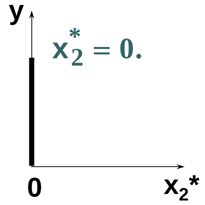
設若$p_1 < p_2$。 則 $x_1^*=\dfrac{y}{p_1}$ 且 $x_2^*=0$

$\Rightarrow$ $y=p_1x_1^*$ 且 $x_2^*=0.$

所得變動與完全替代偏好



Engel 曲線
財貨 1



Engel 曲線
財貨 2

所得變動

- 以上所有範例中的Engel 曲線都為直線？
  Q： 一般都是如此嗎？
- A： 非也。只有在消費者的偏好為
  位似(homothetic)
  Engel 曲線才會為直線。

位似

- 消費者的偏好為位似，若且唯若

$$(x_1,x_2) \prec (y_1,y_2) \;\Leftrightarrow\; (kx_1,kx_2) \prec (ky_1,ky_2)$$

  對任何 k > 0
- 亦即，在任何一條經過原點的射線上，消費者的MRS都相同。

所得效果-- 非位似範例

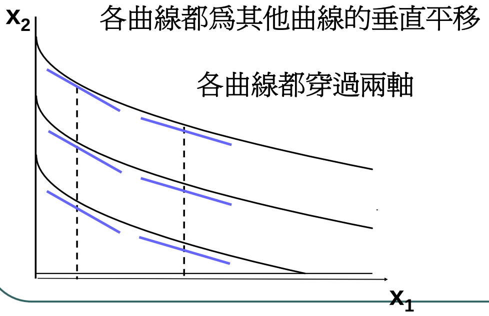
- 準線性偏好不為位似

$$U(x_1,x_2)=f(x_1)+x_2.$$

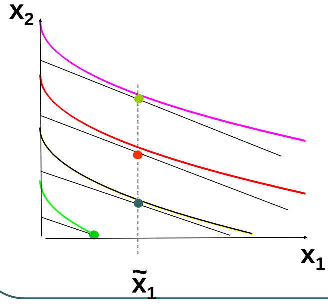
- 範例

$$U(x_1,x_2)=\sqrt{x_1}+x_2.$$

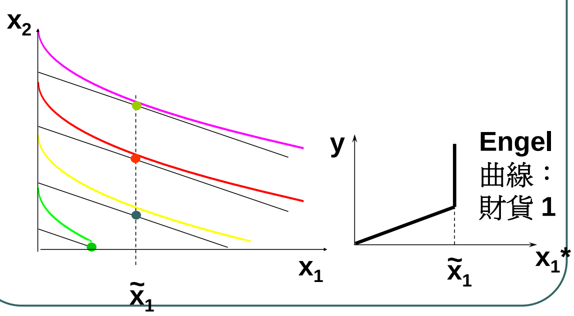
準線性無異曲線



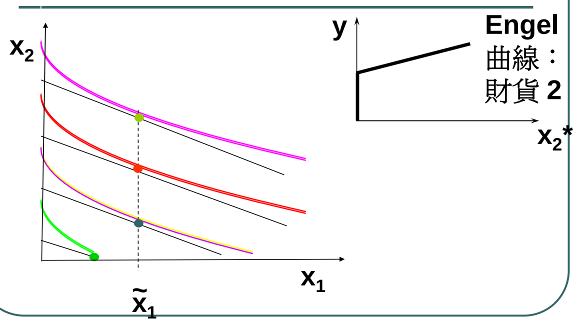
所得變動； 準線性效用



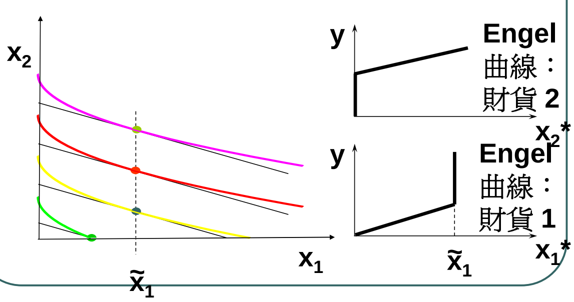
所得變動； 準線性效用



所得變動； 準線性效用



所得變動； 準線性效用



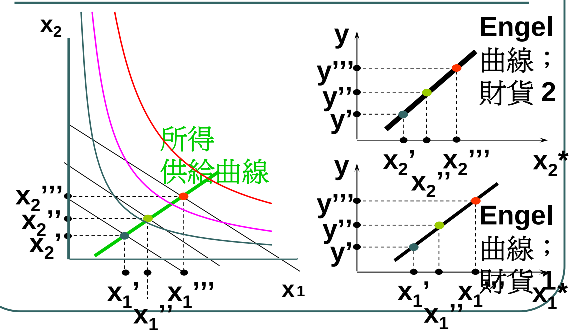
所得效果

- 財貨的需求量若隨所得提高而增加，稱作正常財
- 正常財的Engel 曲線爲正斜率

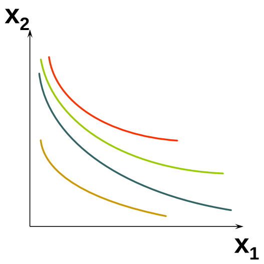
所得效果

- 財貨的需求量若隨所得提高而增加，稱作所得劣等財
- 所得劣等財的Engel曲線爲負斜率

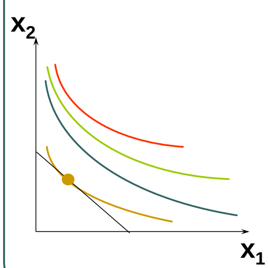
所得變動；財貨 1 & 2 正常



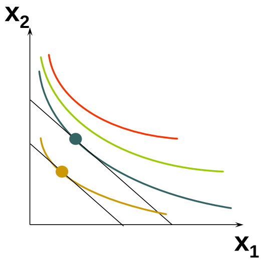
所得變動；財貨 2正常，財貨 1爲所得劣等



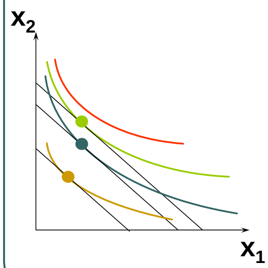
所得變動；財貨 2正常，財貨 1爲所得劣等



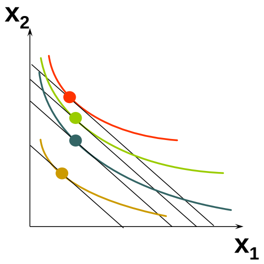
所得變動；財貨 2正常，財貨 1爲所得劣等



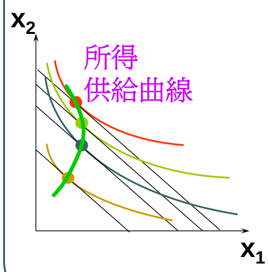
所得變動；財貨 2正常，財貨 1爲所得劣等



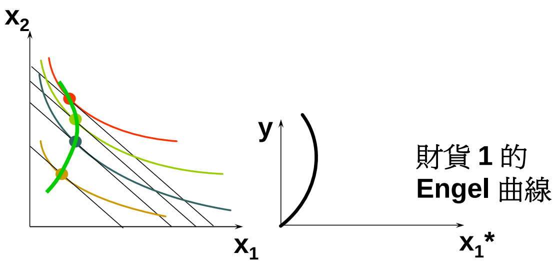
所得變動；財貨 2正常，財貨 1為所得劣等



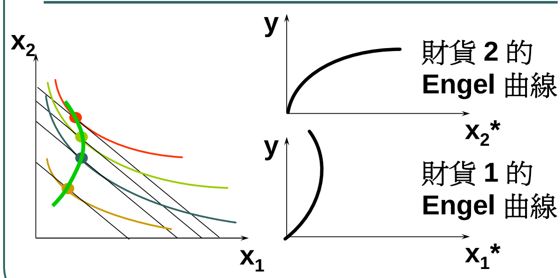
所得變動；財貨 2正常，財貨 1為所得劣等



所得變動；財貨 2正常，財貨 1為所得劣等



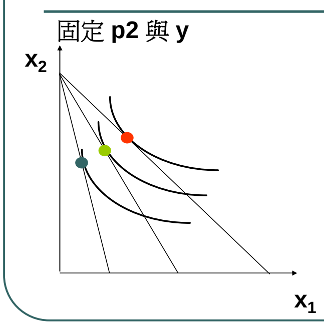
所得變動；財貨 2正常，財貨 1為所得劣等



一般財貨

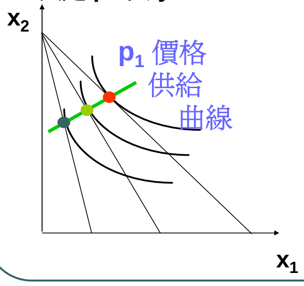
- 若其需求量總是隨著價格下跌而增加，稱作*一般財貨*。

一般財貨



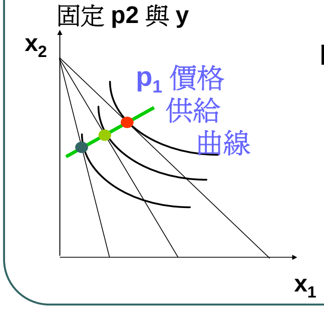
一般財貨

固定 p2 與 y

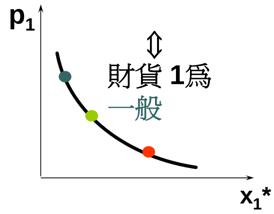


一般財貨

固定 p2 與 y



下斜需求曲線

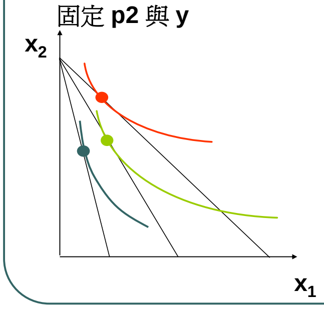


Giffen 財貨

- 若一財貨在***某些***自家價格區域，其需求量隨著價格提高而增加，稱作Giffen財

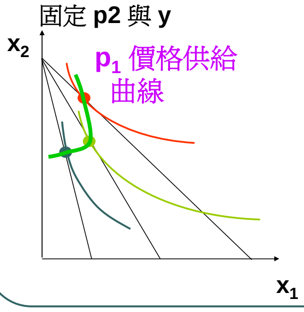
一般財貨

固定 p2 與 y



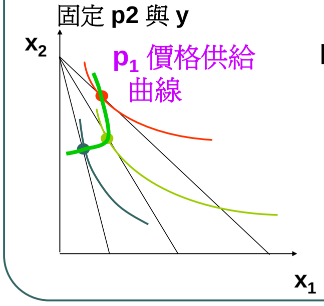
一般財貨

固定 p2 與 y

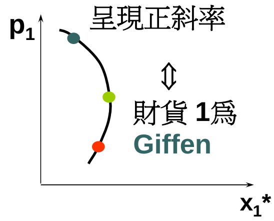


一般財貨

固定 p2 與 y



需求曲線有部分
呈現正斜率



交叉-價格效果

- 當財貨2的價格 p_2 提高會
  - *增加*財貨 1 的需求，財貨 1 與 財貨 2為*毛替代*
  - *減少*財貨 1 的需求，財貨 1 與 財貨 2為*毛互補*

交叉-價格效果

A 完全互補範例：

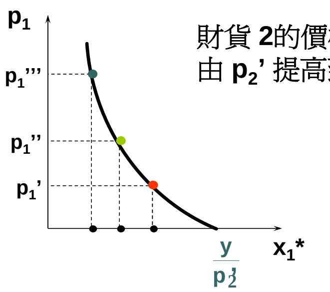
$$x_1^* = \frac{y}{p_1 + p_2}$$

故

$$\frac{\partial x_1^*}{\partial p_2} = -\frac{y}{(p_1 + p_2)^2} < 0.$$

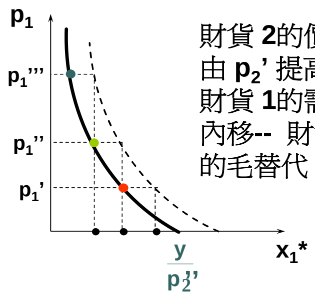
故財貨 **2** 爲財貨 **1** 的毛互補

交叉-價格效果



財貨 **2**的價格
由 **p_2'** 提高到 **p_2''**

交叉-價格效果



財貨 **2**的價格
由 **p_2'** 提高到 **p_2''**
財貨 **1**的需求曲線
內移**--** 財貨 **2**爲 財貨 **1**
的毛替代

交叉-價格效果

Cobb- Douglas 範例：

$$x_2^* = \frac{by}{(a + b)p_2}$$

故

交叉-價格效果

Cobb- Douglas 範例：

$$x_2^* = \frac{by}{(a + b)p_2}$$

故

$$\frac{\partial x_2^*}{\partial p_1} = 0.$$

因此財貨 **1**對財貨 **2**
既非毛互補也非毛替代