

第十四章

消費者剩餘

交易利得的貨幣度量

- 如果買汽油必須要有購買證
- Q: 你最多願意花多少錢買購買證?
- 其他例如，高爾夫球場會員證
- 遊樂場門票

交易利得的貨幣度量

- A: 你最多願意支付進入市場交易，得到的利得的現金價值
- 如何度量交易利得?

交易利得的貨幣度量

- 三種測度:
 - 消費者剩餘
 - 同等變量
 - 補償變量
- 只有在一種特殊情況，三者才會相同

同等效用利得

- 設若汽油必須以一公升的倍數購買
- 以 r_1 代表一消費者最多願意支付給第1公升汽油的支出- 稱此為他購買第1公升的底價 (reservation price)
- r_1 為第1公升汽油邊際效用的現金同等

同等效用利得

- 有了一公升後, 以 r_2 代表他最多願意支付給第2公升的 - 為其第2公升的底價
- r_2 為第2公升汽油邊際效用的現金同等

同等效用利得

- 推而廣之，若已有 $n-1$ 公升的汽油，則 r_n 代表他願意支付給第 n 公升的現金
- r_n 為第 n 公升汽油邊際效用的現金同等

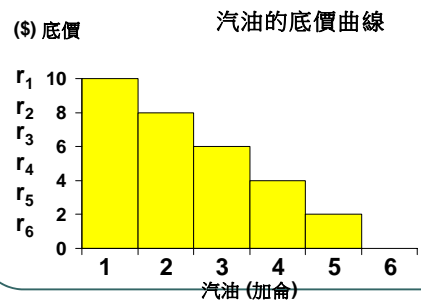
同等效用利得

- $r_1 + \dots + r_n$ 為無償得到 n 公升汽油，效用總變動的現金同等
- 故 $r_1 + \dots + r_n - p_G n$ 為以單價 $\$p_G$ 購買 n 公升汽油，效用總變動的現金同等

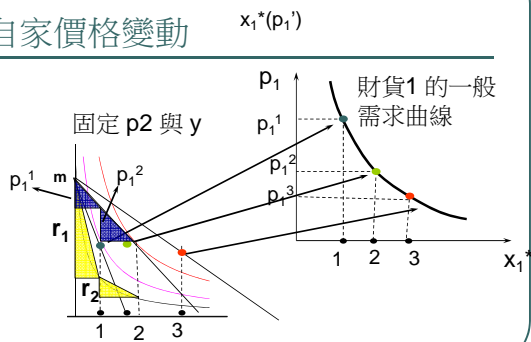
同等效用利得

- 描繪 $r_1, r_2, \dots, r_n, \dots$ 相對 n 得到 底價曲線。這並非消費者汽油需求曲線

\$同等效用利得



自家價格變動



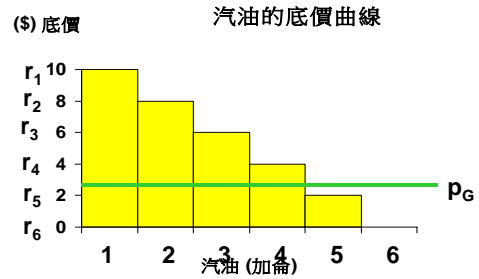
同等效用利得

- 於價格 $\$p_G$ ，啥是消費者汽油市場交易利得的貨幣價值？

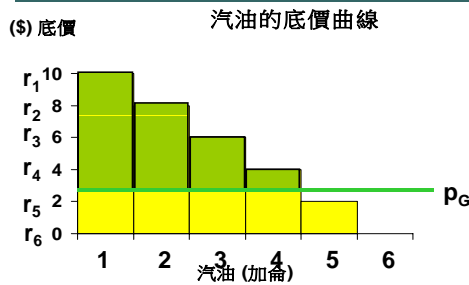
同等效用利得

- 第1公升淨效用利得現金同等為 $\$(r_1 - p_G)$
- 而第2公升為 $\$(r_2 - p_G)$
- 等等，故交易利得的現金價值為 $\$(r_1 - p_G) + \$(r_2 - p_G) + \dots$
對任何 $r_n - p_G > 0$

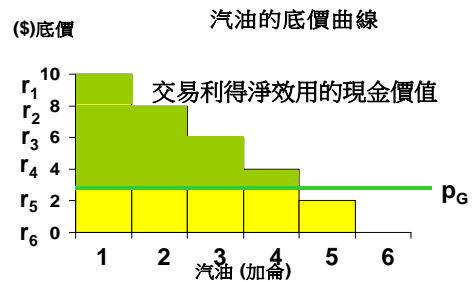
\$同等效用利得



同等效用利得



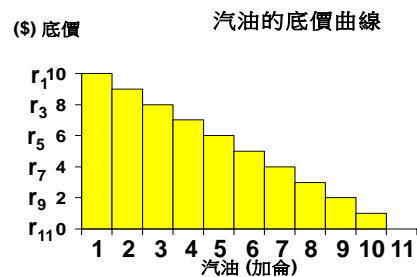
同等效用利得



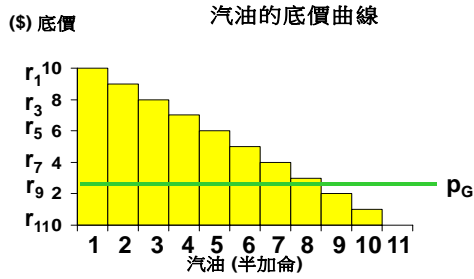
同等效用利得

- 現在設若汽油以半公升為銷售單位
- $r_1, r_2, \dots, r_n, \dots$ 代表消費者連續各個半公升汽油的底價
- 此消費者的新的底價曲線為

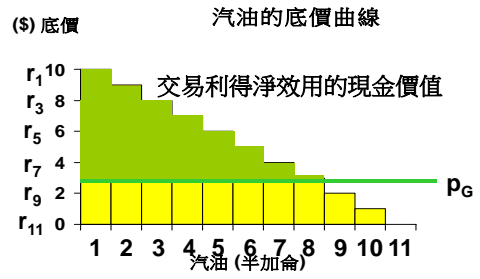
同等效用利得



同效率用利得



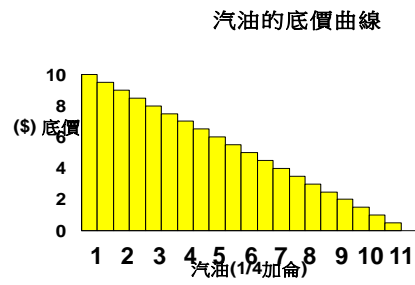
同效率用利得



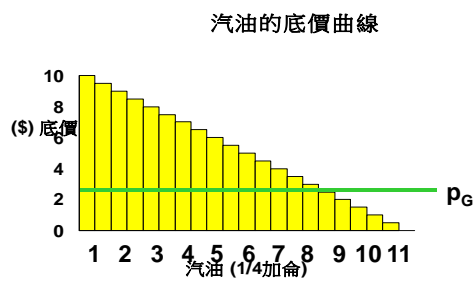
同效率用利得

- 與若汽油以1/4公升為單位 ...

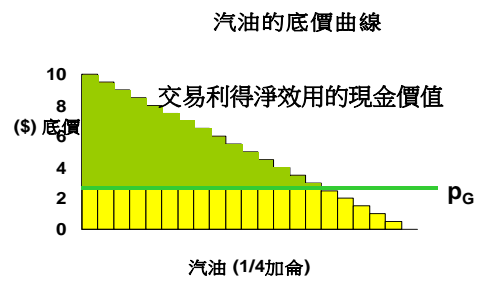
同效率用利得



同效率用利得



同效率用利得

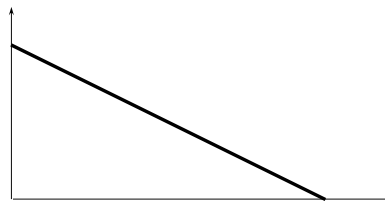


同等效用利得

- 最後，若汽油可以任意數量購買，則 ...

同等效用利得

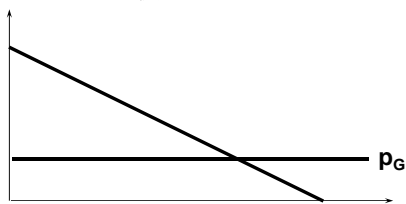
(\\$) 底價 汽油的底價曲線



汽油

同等效用利得

(\\$) 底價 汽油的底價曲線

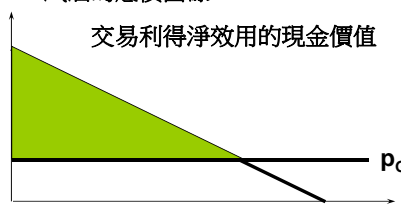


汽油

同等效用利得

(\\$) 底價 汽油的底價曲線

交易利得淨效用的現金價值



汽油

\\$同等效用利得

- 很不幸，要估計消費者的底價曲線很困難
- 故以消費者的一般需求曲線，作為近似值而用來替代底價曲線。

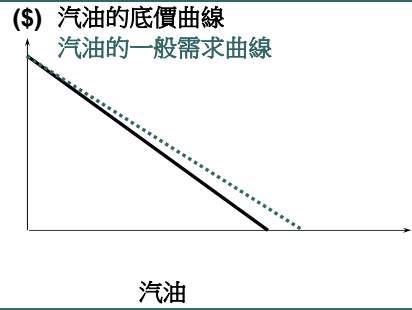
消費者剩餘

- 消費者底價曲線並不完全同於一般需求曲線，為啥？
- 底價曲線依序地描述連續單一財貨的價值
- 而一般需求曲線描述同時買 q 單位財貨的最高出價

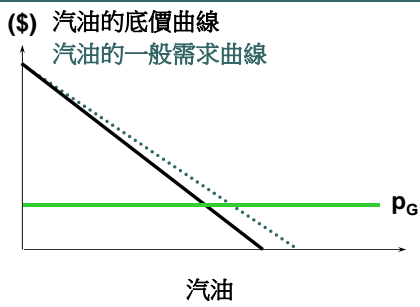
消費者剩餘

- 以對應的一般需求曲線下方區域逼近底價曲線下方的淨效用利得區，得到利得淨效用的消費者剩餘測度

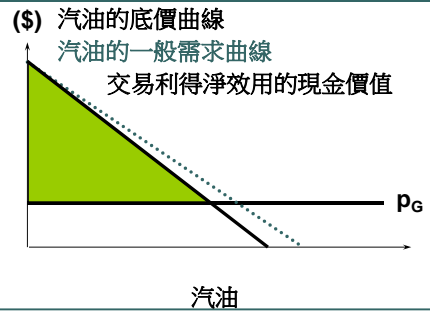
消費者剩餘



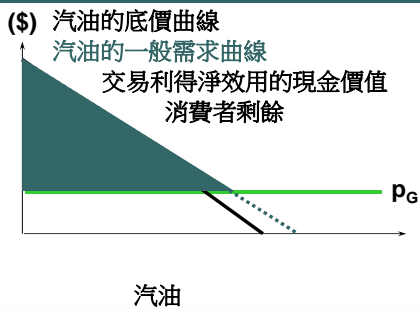
消費者剩餘



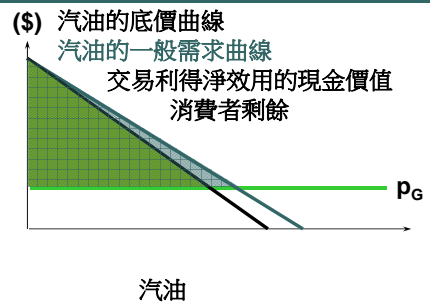
消費者剩餘



消費者剩餘



消費者剩餘



消費者剩餘

- 消費者底價與一般需求曲線間的差異，源自所得效果。
- 但是，若消費者的效用函數為所得的準線性，則沒有所得效果，故消費者剩餘 剛好等於交易利得的現金測度

消費者剩餘

消費者的效用函數為
 x_2 準線性

$$U(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$$

取 $p_2 = 1$ 。則消費者的選擇問題為，
極大化

$$U(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$$

受限於

$$p_1 x_1 + x_2 = m.$$

消費者剩餘

消費者的效用函數為
 x_2 準線性

$$U(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$$

取 $p_2 = 1$ 。則消費者的選擇問題為，
極大化

$$U(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$$

受限於

$$p_1 x_1 + x_2 = m.$$

消費者剩餘

亦即，選擇 x_1 來極大

$$v(x_1) + m - p_1 x_1.$$

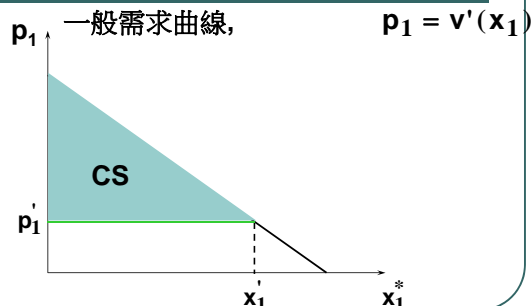
一階條件為

$$v'(x_1) - p_1 = 0$$

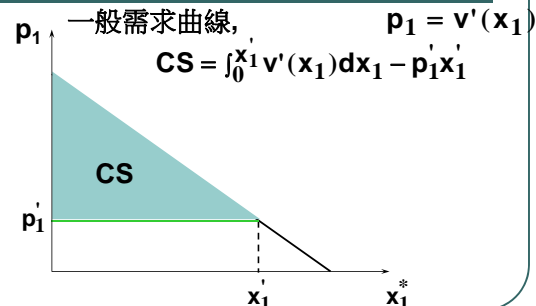
亦即， $p_1 = v'(x_1)$ 。

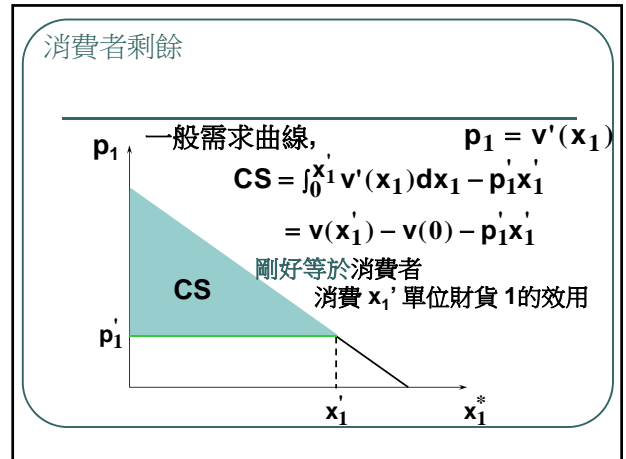
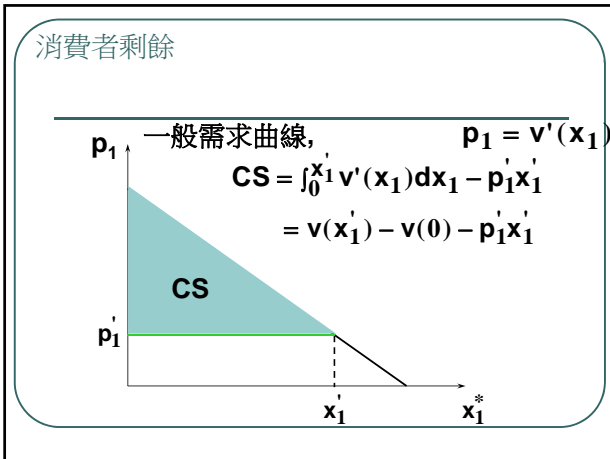
此為消費者對財貨1的
一般需求方程式

消費者剩餘



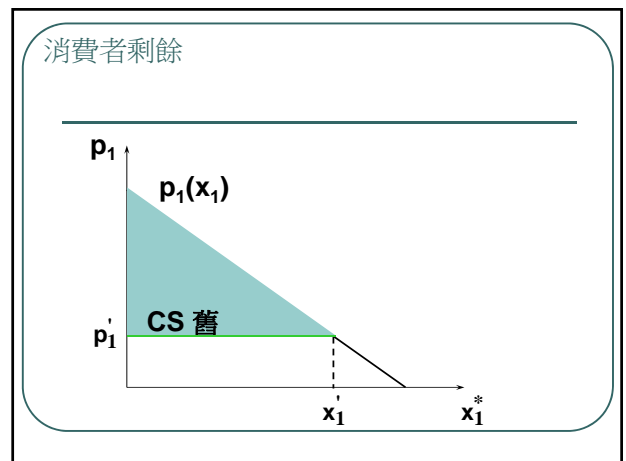
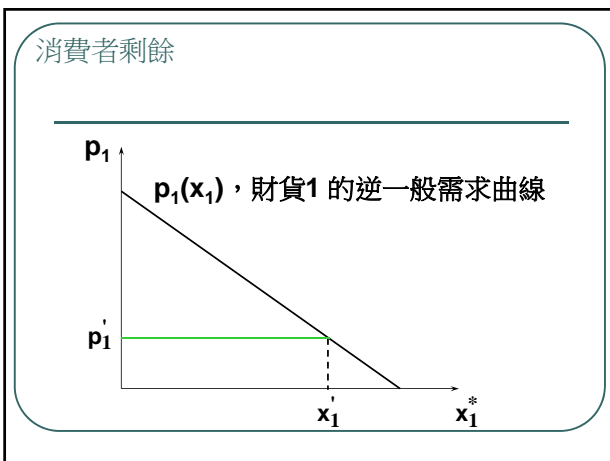
消費者剩餘



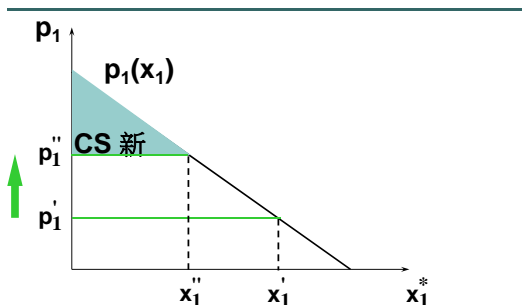


- 消費者剩餘
- 當消費者的效用函數為財貨2準線性，消費者剩餘剛好等於消費財貨1的效用的現金度量
 - 否則消費者剩餘為近似值

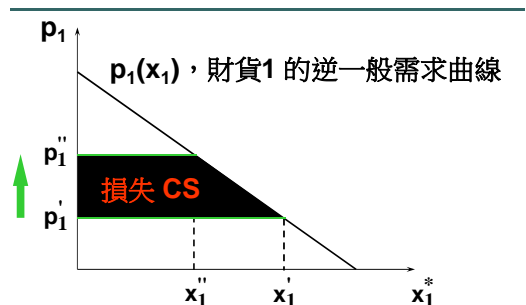
- 消費者剩餘
- 由於 p_1 變動導致的消費者總效用的變動，近似於其消費者剩餘的變動



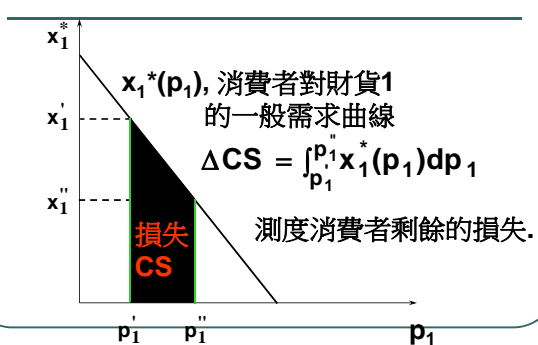
消費者剩餘



消費者剩餘



消費者剩餘



消費者剩餘

- $D(p)=20-2p$
- 價格由2升至3
- 消費者剩餘變動多少？

$$\begin{aligned} \Delta CS &= \int_{p_1'}^{p_1''} x(p) dp \\ &= \int_2^3 (20 - 2p) dp \\ &= (20p - p^2) \Big|_2^3 = 15 \end{aligned}$$

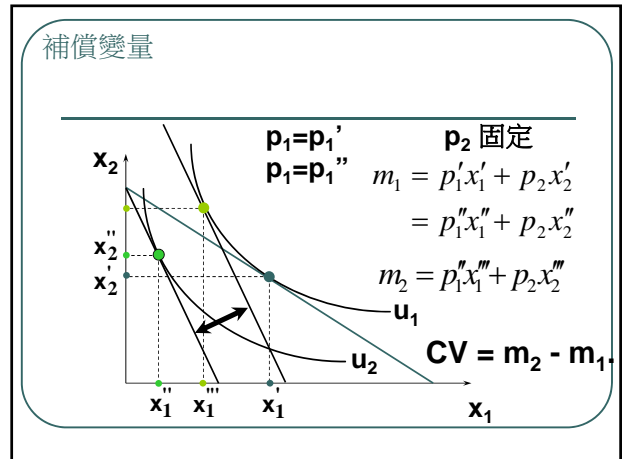
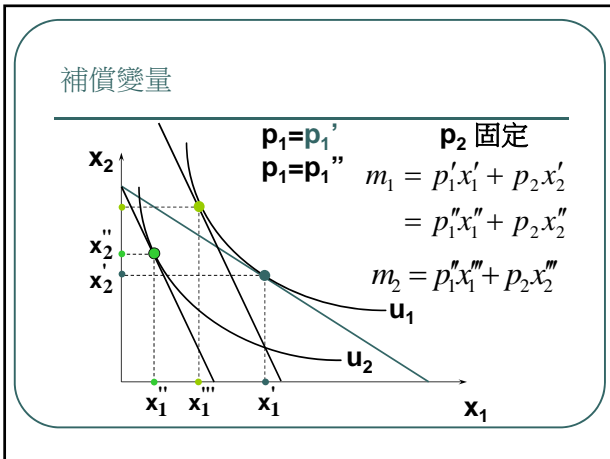
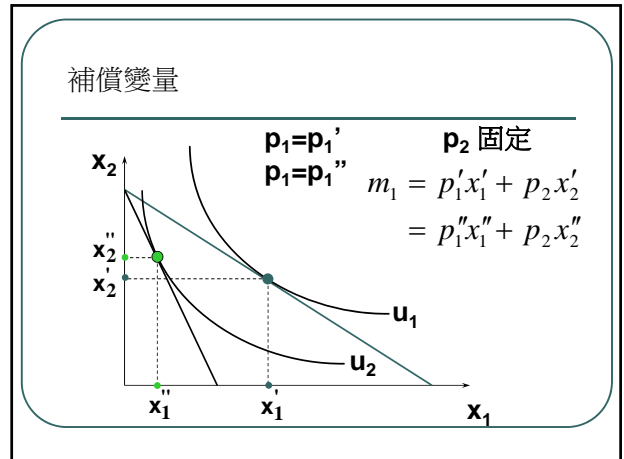
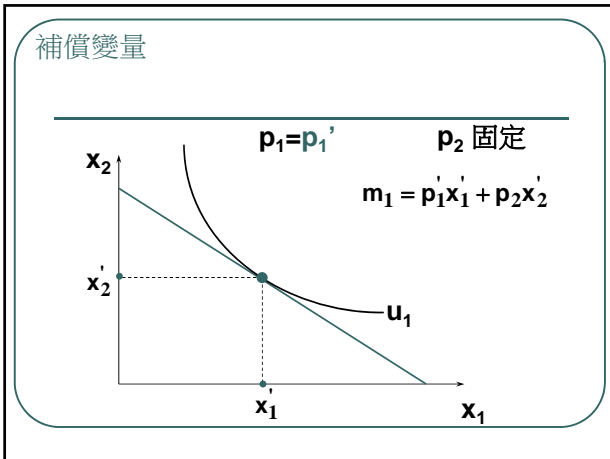
補償變量與同等變量

- 消費者剩餘可以用來
- 以金額衡量因價格變動導致效用的變動
- 另外兩個度量為：
- 補償變量
- 與
- 同等變量

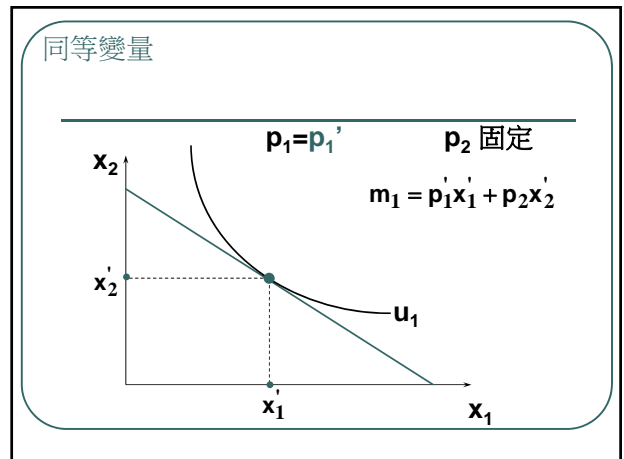
補償變量

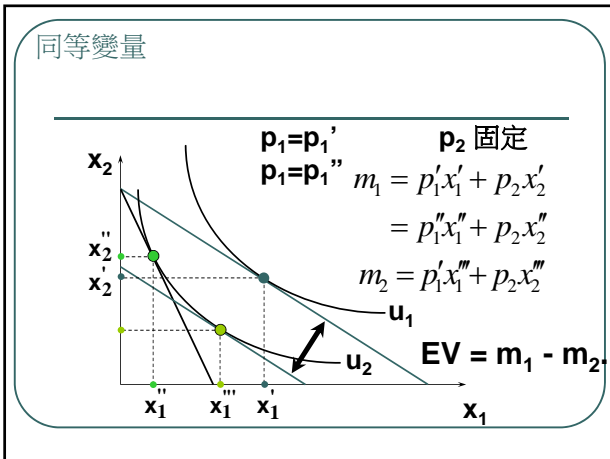
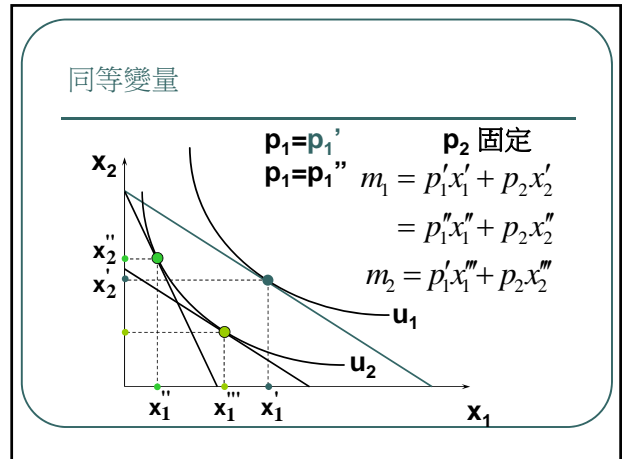
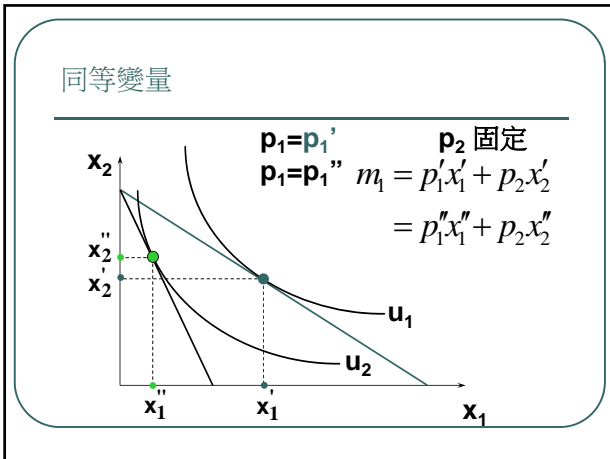
補償變量：

- 價格提高後，要維持消費者原先效用水平，最少應該補償的所得
- 例如
- 為節約能源而對汽油課稅，但又要維持納稅人原來的福利水準
- 取消公教免稅，要調多少薪？



- 同等變量
- 價格提高效用降低，所得減少也會降低效用
 - 同等變量：
 - 以所得變動取代價格變動，為同等於價格變動對效用的影響，所必須調整的所得變動量
 - 例如：政府可以不課貨物稅，改課同等變量的所得稅，讓納稅人效用相同





- 範例：C-D效用函數
- 效用函數為 $u(x_1, x_2) = x_1^{0.5} x_2^{0.5}$
 - 價格 $(p_1, p_2) = (1, 1)$
 - 所得 $m = 100$
 - 問 p_1 由 1 調高到 2
 - 補償變量與同等變量為何？

- 範例：C-D效用函數
- 此效用函數的需求函數為
- $$x_1 = \frac{100}{2p_1}, x_2 = \frac{100}{2p_2}$$
- 原來的均衡為 $x_1^0 = 50, x_2^0 = 50$
 - 而 $u^0 = 50$

- 範例：C-D效用函數
- 補償變量在新價格下維持原效用
 - 原效用由前知道為 50
 - 新價格下的需求取決於補償後的所得 m^1
- $$x_1^1 = \frac{m^1}{2(2)}, x_2^1 = \frac{m^1}{2(1)}$$
- 代入效用函數要等於原來的效用，即

範例：C-D效用函數

$$u(p^1, m^1) = \left(\frac{m^1}{2(2)}\right)^{0.5} \left(\frac{m^1}{2(1)}\right)^{0.5} = 50$$

上式可以求出補償後的所得

$$m^1 = 100\sqrt{2} \cong 141$$

$$\text{補償變量 CV} = 141 - 100$$

範例：C-D效用函數

- 同等變量為同等於價格調整的所得調整。
- 所得調整後在舊價格下的效用水平，等於所得未調整在新價格下的效用水平，亦即

$$\left(\frac{m^1}{2(1)}\right)^{0.5} \left(\frac{m^1}{2(1)}\right)^{0.5} = \left(\frac{100}{2(2)}\right)^{0.5} \left(\frac{100}{2(1)}\right)^{0.5}$$

- 解得 $m^1 \cong 71$
- 同等變量 $EV = 100 - 71 = 29$

消費者剩餘，補償變量與同等變量

- 關係 1: 當消費者的偏好為準線性，三種測度都相同

消費者剩餘，補償變量與同等變量

- 先探討當 p_1 由 p_1^0 提高到 p_1^1 ，消費者剩餘的變動

消費者剩餘，補償變量與同等變量

$$\text{若 } \mathbf{U}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \mathbf{v}(\mathbf{x}_1) + \mathbf{x}_2 \quad \text{則}$$

$$CS(p_1^0) = v(x_1^0) - v(0) - p_1^0 x_1^0$$

消費者剩餘，補償變量與同等變量

$$\text{若 } \mathbf{U}(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \mathbf{v}(\mathbf{x}_1) + \mathbf{x}_2 \quad \text{則}$$

$$CS(p_1^0) = v(x_1^0) - v(0) - p_1^0 x_1^0$$

$$\text{故 } p_1 \text{ 由 } p_1^0 \text{ 提高到 } p_1^1, \text{ CS 的變動為}$$

$$\Delta CS = CS(p_1^0) - CS(p_1^1)$$

消費者剩餘, 補償變量與同等變量

若 $U(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = v(\mathbf{x}_1) + \mathbf{x}_2$ 則

$$CS(p_1^0) = v(x_1^0) - v(0) - p_1^0 x_1^0$$

故 p_1 由 p_1^0 提高到 p_1^1 , CS的變動為

$$\Delta CS = CS(p_1^0) - CS(p_1^1)$$

$$= v(x_1^0) - v(0) - p_1^0 x_1^0 - [v(x_1^1) - v(0) - p_1^1 x_1^1]$$

消費者剩餘, 補償變量與同等變量

若 $U(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = v(\mathbf{x}_1) + \mathbf{x}_2$ 則

$$CS(p_1^0) = v(x_1^0) - v(0) - p_1^0 x_1^0$$

故 p_1 由 p_1^0 提高到 p_1^1 , CS的變動為

$$\Delta CS = CS(p_1^0) - CS(p_1^1)$$

$$= v(x_1^0) - v(0) - p_1^0 x_1^0 - [v(x_1^1) - v(0) - p_1^1 x_1^1]$$

$$= v(x_1^0) - v(x_1^1) - (p_1^0 x_1^0 - p_1^1 x_1^1)$$

消費者剩餘, 補償變量與同等變量

- 再探討當 p_1 由 p_1^0 提高到 p_1^1 , CV的變動
- 給定 p_1 , 消費者效用為

$$v(\mathbf{x}_1^*(p_1)) + m - p_1 \mathbf{x}_1^*(p_1)$$

而CV為額外的所得, 在新價格使消費者效用與舊價格時相同。亦即, ...

消費者剩餘, 補償變量與同等變量

$$v(x_1^0) + m - p_1^0 x_1^0$$

$$= v(x_1^1) + m + CV - p_1^1 x_1^1.$$

消費者剩餘, 補償變量與同等變量

$$v(x_1^0) + m - p_1^0 x_1^0$$

$$= v(x_1^1) + m + CV - p_1^1 x_1^1.$$

故

$$CV = v(x_1^0) - v(x_1^1) - (p_1^0 x_1^0 - p_1^1 x_1^1)$$

$$= \Delta CS.$$

消費者剩餘, 補償變量與同等變量

- 現在探討當 p_1 由 p_1^0 提高到 p_1^1 , EV的變動

- 給定 p_1 , 消費者效用為

$$v(\mathbf{x}_1^*(p_1)) + m - p_1 \mathbf{x}_1^*(p_1)$$

而EV為額外所得使得, 在舊價格下, 消費者的效用同於在新價格下。亦即, ...

消費者剩餘, 補償變量與同等變量

$$v(x_1^1) + m - p_1^1 x_1^1 \\ = v(x_1^0) + m - EV - p_1^0 x_1^0.$$

消費者剩餘, 補償變量與同等變量

$$v(x_1^1) + m - p_1^1 x_1^1 \\ = v(x_1^0) + m - EV - p_1^0 x_1^0.$$

亦即,

$$EV = v(x_1^0) - v(x_1^1) - (p_1^0 x_1^0 - p_1^1 x_1^1) \\ = \Delta CS.$$

消費者剩餘, 補償變量與同等變量

故當消費者具有準線性效用,

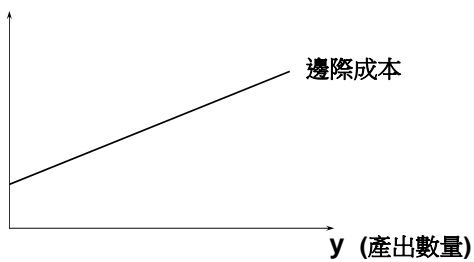
$$CV = EV = \Delta CS.$$

生產者剩餘

- 廠商福利的變動, 類似消費者, 可以現金度量

生產者剩餘

產出價格 (p)



生產者剩餘

產出價格 (p)

