# 第十二章

## 不確定性

## 到處都有不確定性

- 經濟體系有啥不確定?
  - 明天的價格
  - 未來的財富
  - 財貨在未來的可得性
  - 其他人現在或爲來的行動

## 不確定性無所不在

- 啥爲不確定性的理性回應?
  - 買保險 (健康, 壽險, 車險)
  - 相依(contingent)消費財的資產組合

## 自然的狀態

- 自然的可能狀態:
  - 「發生車禍」(a)
  - 「沒有車禍」(na)
- 意外發生機率 $\pi_a$，不發生機率 $\pi_{na}$

$$\pi_a + \pi_{na} = 1$$

- 意外招致損失 \$L

## 相依態(Contingencies)

- 契約只有在特定的自然狀態才被執行，稱爲狀態相依(state-contingent)
- 例如保險公司只有在意外發生時才需要支付

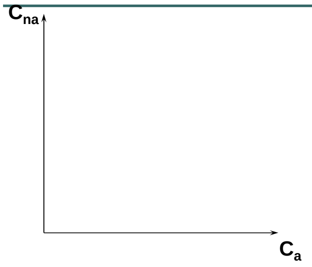
## 相依態

- 狀態相依消費計畫的執行，端賴特定自然狀態的發生
- 例如「如果沒有意外發生，則去度假」

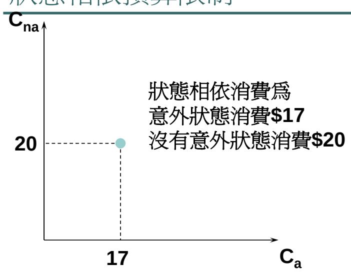
## 狀態相依預算限制

- 每保 $1 意外險需花費 $\gamma$
- 消費者財富爲 $m
- $C_{na}$ 爲沒有意外狀態的消費值
- $C_a$爲有意外狀態的消費值

## 狀態相依預算限制



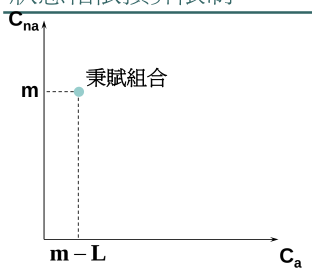

## 狀態相依預算限制




## 狀態相依預算限制

- 沒有保險
- $C_a = m - L$
- $C_{na} = m$

## 狀態相依預算限制




## 狀態相依預算限制

- 買 $K 的意外險
- $C_{na} = m - \gamma K$
- $C_a = m - L - \gamma K + K = m - L + (1 - \gamma)K$

## 狀態相依預算限制

- 買 $K 的意外險
- $C_{na}$ = m - γK
- $C_a$ = m - L - γK + K = m - L + (1- γ)K
- 故 K = ($C_a$ - m + L)/(1- γ)

## 狀態相依預算限制

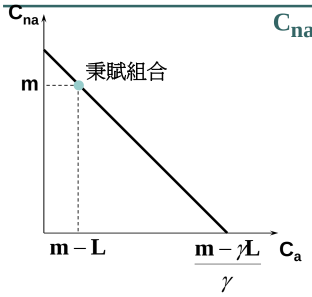
- 買 $K 的意外險
- $C_{na}$ = m - γK
- $C_a$ = m - L - γK + K = m - L + (1- γ)K
- 故 K = ($C_a$ - m + L)/(1- γ)
- 且 $C_{na}$ = m - γ ($C_a$ - m + L)/(1- γ)

## 狀態相依預算限制

- 買 $K 的意外險
- $C_{na}$ = m - γK
- $C_a$ = m - L - γK + K = m - L + (1- γ)K
- 故 K = ($C_a$ - m + L)/(1- γ)
- 且 $C_{na}$ = m - γ ($C_a$ - m + L)/(1- γ)
- 亦即 $C_{na} = \frac{m-\gamma L}{1-\gamma} - \frac{\gamma}{1-\gamma} C_a$

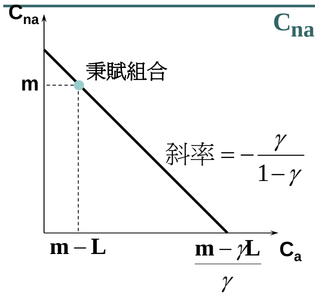
## 狀態相依預算限制

$$C_{na} = \frac{m-\gamma L}{1-\gamma} - \frac{\gamma}{1-\gamma} C_a$$



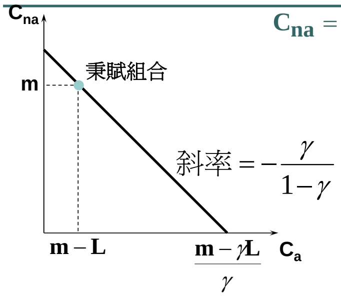

## 狀態相依預算限制

$$C_{na} = \frac{m-\gamma L}{1-\gamma} - \frac{\gamma}{1-\gamma} C_a$$




## 狀態相依預算限制

$$C_{na} = \frac{m-\gamma L}{1-\gamma} - \frac{\gamma}{1-\gamma} C_a$$




啥是最偏好的
狀態相依
消費計畫?

## 不確定性下的偏好

- 考慮某種彩票
- 贏得 \$90 與 \$0 的機率各為 1/2
- U(\$90) = 12,　U(\$0) = 2
- 期望效用為

## 不確定性下的偏好

- 考慮某種彩票
- 贏得 \$90 與 \$0 的機率各為 1/2
- U(\$90) = 12,　U(\$0) = 2
- 期望效用為

$$\begin{aligned} EU &= \frac{1}{2}\times U(\$90)+\frac{1}{2}\times U(\$0) \\ &= \frac{1}{2}\times 12+\frac{1}{2}\times 2 = 7. \end{aligned}$$

## 不確定性下的偏好

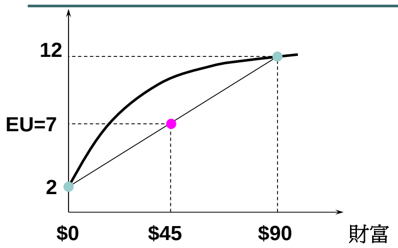
- 考慮某種彩票
- 贏得 \$90 與 \$0 的機率各為 1/2
- 彩票獎金的期望值為

$$EM = \frac{1}{2}\times \$90+\frac{1}{2}\times \$0 = \$45.$$

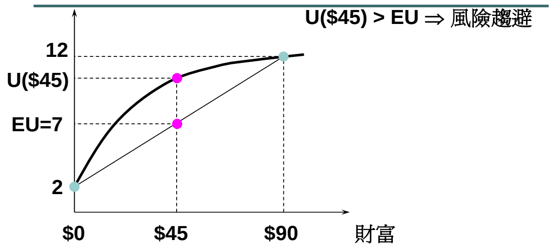
## 不確定性下的偏好

- EU = 7 且 EM = \$45
- U(\$45) > 7 ⇒ 穩拿\$45偏好優於彩票 ⇒ 風險趨避
- U(\$45) < 7 ⇒ 彩票偏好優於穩拿 \$45 ⇒ 風險愛好
- U(\$45) = 7 ⇒ 彩票偏好同於穩拿\$45 ⇒ 風險中立

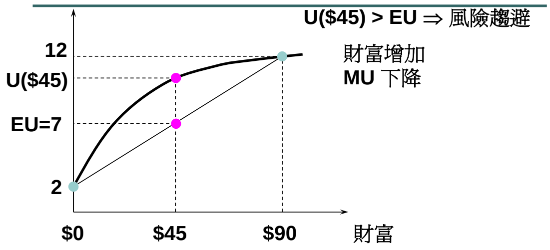
## 不確定性下的偏好



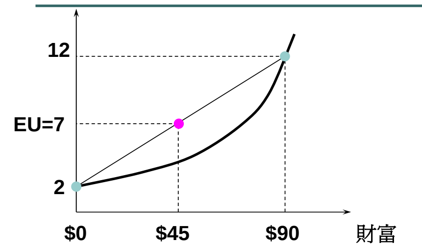

## 不確定性下的偏好



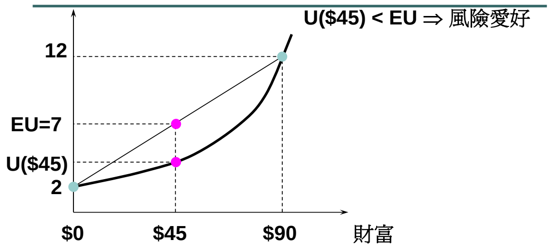
## 不確定性下的偏好



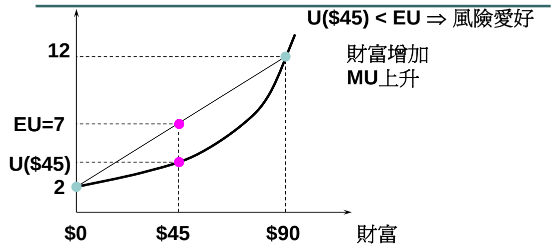

## 不確定性下的偏好



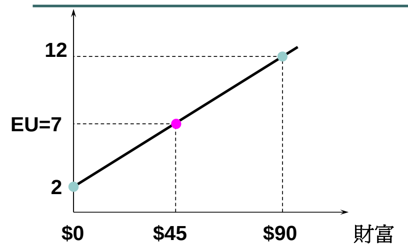

## 不確定性下的偏好



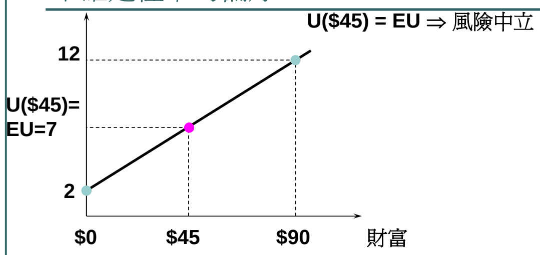

## 不確定性下的偏好



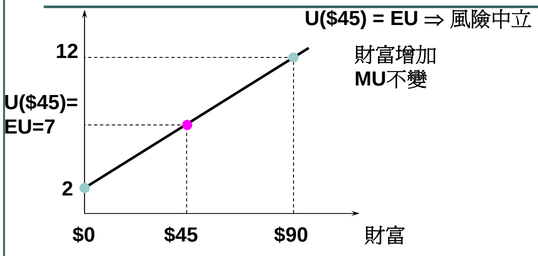

## 不確定性下的偏好




## 不確定性下的偏好



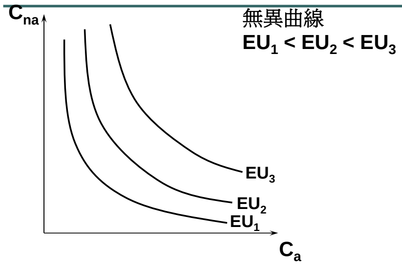
## 不確定性下的偏好




## 不確定性下的偏好

- 狀態相依消費計畫
  若期望效用相同則偏好相同

## 不確定性下的偏好




## 不確定性下的偏好

- 無異曲線的MRS爲何?
- 得到消費$c_1$ 的機率 $\pi_1$ 與
  $c_2$ 的機率 $\pi_2$ $(\pi_1 + \pi_2 = 1)$
- $EU = \pi_1 U(c_1) + \pi_2 U(c_2)$
- 固定 EU，故 dEU = 0

## 不確定性下的偏好

$$EU = \pi_1 U(c_1) + \pi_2 U(c_2)$$

## 不確定性下的偏好

$$EU = \pi_1 U(c_1) + \pi_2 U(c_2)$$

$$dEU = \pi_1 MU(c_1) dc_1 + \pi_2 MU(c_2) dc_2$$

## 不確定性下的偏好

$$EU = \pi_1 U(c_1) + \pi_2 U(c_2)$$

$$dEU = \pi_1 MU(c_1)dc_1 + \pi_2 MU(c_2)dc_2$$

$$dEU = 0 \Rightarrow \pi_1 MU(c_1)dc_1 + \pi_2 MU(c_2)dc_2 = 0$$

## 不確定性下的偏好

$$EU = \pi_1 U(c_1) + \pi_2 U(c_2)$$

$$dEU = \pi_1 MU(c_1)dc_1 + \pi_2 MU(c_2)dc_2$$

$$dEU = 0 \Rightarrow \pi_1 MU(c_1)dc_1 + \pi_2 MU(c_2)dc_2 = 0$$

$$\Rightarrow \pi_1 MU(c_1)dc_1 = -\pi_2 MU(c_2)dc_2$$

## 不確定性下的偏好

$$EU = \pi_1 U(c_1) + \pi_2 U(c_2)$$

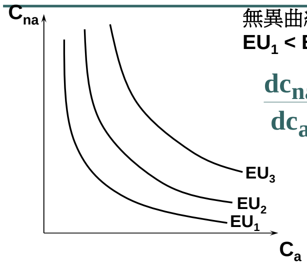
$$dEU = \pi_1 MU(c_1)dc_1 + \pi_2 MU(c_2)dc_2$$

$$dEU = 0 \Rightarrow \pi_1 MU(c_1)dc_1 + \pi_2 MU(c_2)dc_2 = 0$$

$$\Rightarrow \pi_1 MU(c_1)dc_1 = -\pi_2 MU(c_2)dc_2$$

$$\Rightarrow \frac{dc_2}{dc_1} = -\frac{\pi_1 MU(c_1)}{\pi_2 MU(c_2)}.$$

## 不確定性下的偏好




無異曲線

$EU_1 < EU_2 < EU_3$

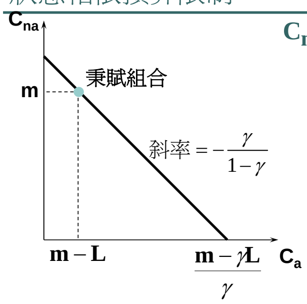
$$\frac{dc_{na}}{dc_a} = -\frac{\pi_a MU(c_a)}{\pi_{na} MU(c_{na})}$$

## 不確定性下作選擇

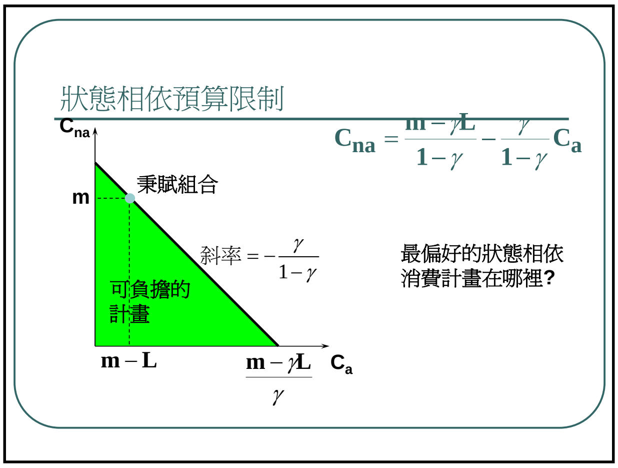
- Q: 如何在不確定性下作理性選擇?
- A: 選擇可負擔的最偏好狀態相依消費計畫

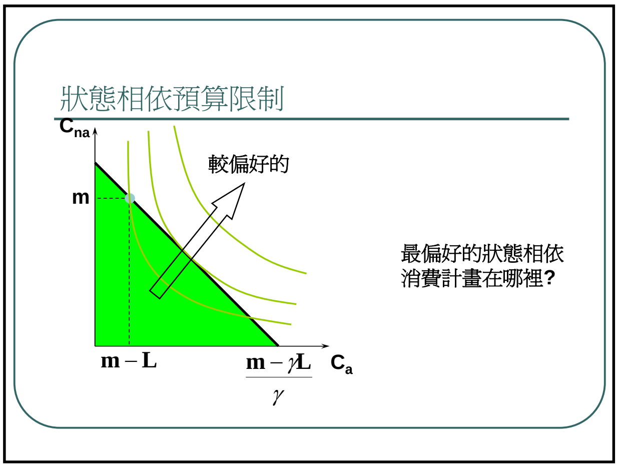
## 狀態相依預算限制

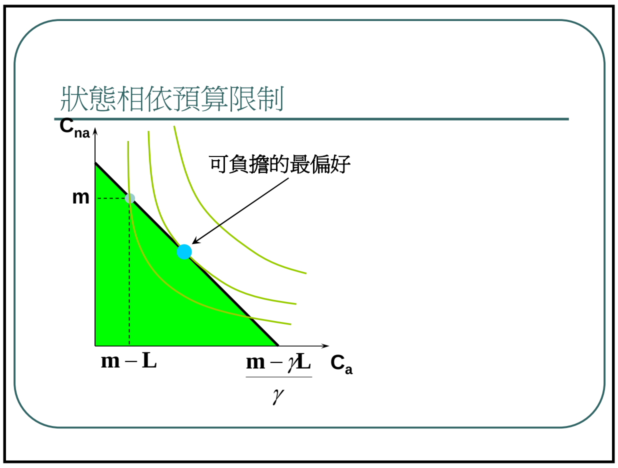
$$C_{na} = \frac{m-\gamma L}{1-\gamma} - \frac{\gamma}{1-\gamma} C_a$$

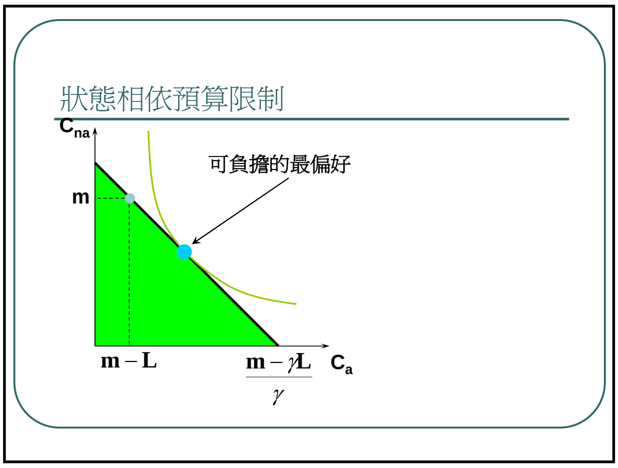


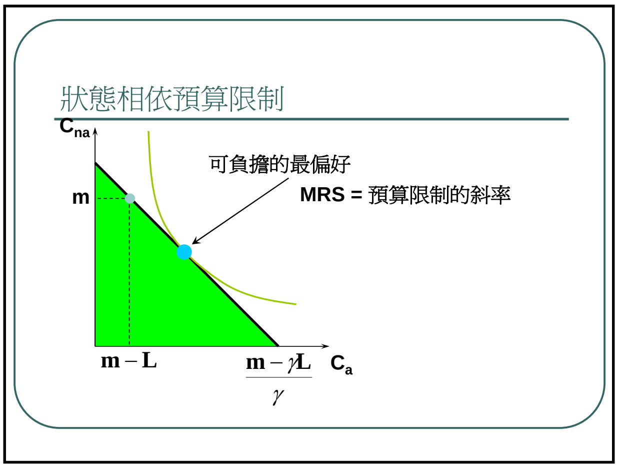

最偏好的狀態相依消費計畫在哪裡?

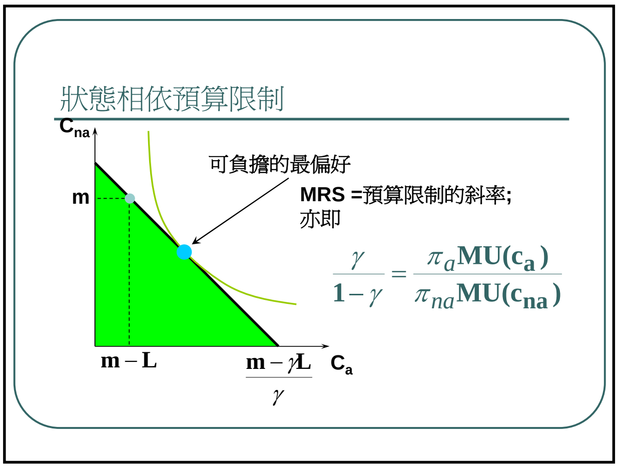

狀態相依預算限制
$C_{na} = \frac{m-\gamma L}{1-\gamma} - \frac{\gamma}{1-\gamma} C_a$
$C_{na}$
m
秉賦組合
斜率 $= -\frac{\gamma}{1-\gamma}$
可負擔的
計畫
m − L
$\frac{m-\gamma L}{\gamma}$
$C_a$
最偏好的狀態相依
消費計畫在哪裡?


狀態相依預算限制
$C_{na}$
m
較偏好的
m − L
$\frac{m-\gamma L}{\gamma}$
$C_a$
最偏好的狀態相依
消費計畫在哪裡?


狀態相依預算限制
$C_{na}$
m
可負擔的最偏好
m − L
$\frac{m-\gamma L}{\gamma}$
$C_a$


狀態相依預算限制
$C_{na}$
m
可負擔的最偏好
m − L
$\frac{m-\gamma L}{\gamma}$
$C_a$


狀態相依預算限制
$C_{na}$
m
可負擔的最偏好
MRS = 預算限制的斜率
m − L
$\frac{m-\gamma L}{\gamma}$
$C_a$


狀態相依預算限制
$C_{na}$
m
可負擔的最偏好
MRS =預算限制的斜率;
亦即
$\frac{\gamma}{1-\gamma} = \frac{\pi_a MU(c_a)}{\pi_{na} MU(c_{na})}$
m − L
$\frac{m-\gamma L}{\gamma}$
$C_a$

## 競爭的保險業

- 設若進入保險業很自由
- 期望經濟利潤 = 0
- 亦即 $\gamma K - \pi_a K - (1 - \pi_a)0 = (\gamma - \pi_a)K = 0$
- 亦即，自由進入 $\Rightarrow \gamma = \pi_a$
- 若$1 保險的價格 = 意外機率，稱此保險為公平的

## 競爭的保險業

- 當保險為公平的，理性的保險選擇符合

$$\frac{\gamma}{1-\gamma} = \frac{\pi_a}{1-\pi_a} = \frac{\pi_a \mathrm{MU}(c_a)}{\pi_{na} \mathrm{MU}(c_{na})}$$

## 競爭的保險業

- 當保險為公平的，理性的保險選擇符合

$$\frac{\gamma}{1-\gamma} = \frac{\pi_a}{1-\pi_a} = \frac{\pi_a \mathrm{MU}(c_a)}{\pi_{na} \mathrm{MU}(c_{na})}$$

- 亦即

$$\mathrm{MU}(c_a) = \mathrm{MU}(c_{na})$$

## 競爭的保險業

- 當保險為公平的，理性的保險選擇符合

$$\frac{\gamma}{1-\gamma} = \frac{\pi_a}{1-\pi_a} = \frac{\pi_a \mathrm{MU}(c_a)}{\pi_{na} \mathrm{MU}(c_{na})}$$

- 亦即$\mathrm{MU}(c_a) = \mathrm{MU}(c_{na})$
- 所得的邊際效用在兩種狀態都相同

## 競爭的保險業

- 風險趨避消費者會買多少公平的保險?

$$\mathrm{MU}(c_a) = \mathrm{MU}(c_{na})$$

## 競爭的保險業

- 風險趨避消費者會買多少公平的保險?

$$\mathrm{MU}(c_a) = \mathrm{MU}(c_{na})$$

- 風險趨避 $\Rightarrow$ c ↑ 導致 MU(c) ↓

## 競爭的保險業

- 風險趨避消費者會買多少公平的保險?

$$MU(c_a) = MU(c_{na})$$

- 風險趨避 ⇒ c ↑ 導致 MU(c) ↓
- 故 $c_a = c_{na}$.

## 競爭的保險業

- 風險趨避消費者會買多少公平的保險?

$$MU(c_a) = MU(c_{na})$$

- 風險趨避 ⇒ MU(c) ↓ as c ↑
- 因此 $c_a = c_{na}$.
- 亦即 完全保險

## 「不公平」的保險

- 設若保險公司賺有正的期望經濟利潤
- 亦即 $\gamma K - \pi_a K - (1 - \pi_a)0 = (\gamma - \pi_a)K > 0$

## 「不公平」的保險

- 設若保險公司賺有正的期望經濟利潤
- 亦即 $\gamma K - \pi_a K - (1 - \pi_a)0 = (\gamma - \pi_a)K > 0$
- 則 $\Rightarrow \gamma > \pi_a \Rightarrow \dfrac{\gamma}{1-\gamma} > \dfrac{\pi_a}{1-\pi_a}$.

## 「不公平」的保險

- 理性選擇要求

$$\frac{\gamma}{1-\gamma} = \frac{\pi_a MU(c_a)}{\pi_{na} MU(c_{na})}$$

## 「不公平」的保險

- 理性選擇要求

$$\frac{\gamma}{1-\gamma} = \frac{\pi_a MU(c_a)}{\pi_{na} MU(c_{na})}$$

- 因爲 $\dfrac{\gamma}{1-\gamma} > \dfrac{\pi_a}{1-\pi_a}$, $MU(c_a) > MU(c_{na})$

## 「不公平」的保險

- 理性選擇要求

$$\frac{\gamma}{1-\gamma}=\frac{\pi_a MU(c_a)}{\pi_{na} MU(c_{na})}$$

- 因爲 $\frac{\gamma}{1-\gamma}>\frac{\pi_a}{1-\pi_a}$, $MU(c_a) > MU(c_{na})$
- 因此風險趨避者 $c_a < c_{na}$

## 「不公平」的保險

- 理性選擇要求

$$\frac{\gamma}{1-\gamma}=\frac{\pi_a MU(c_a)}{\pi_{na} MU(c_{na})}$$

- 因爲 $\frac{\gamma}{1-\gamma}>\frac{\pi_a}{1-\pi_a}$, $MU(c_a) > MU(c_{na})$
- 因此風險趨避者 $c_a < c_{na}$
- 亦即「不公平」的保險會使風險趨避者 買的保險低於完全保險

## 到處都有不確定性

- 啥爲不確定性的理性回應?
  - 買保險 (健康, 壽險, 車險)
  - 相依消費財的資產組合

## 到處都有不確定性

- 啥爲不確定性的理性回應?
  - ✓ 買保險 (健康, 壽險, 車險)
  - 相依消費財的資產組合

## 到處都有不確定性

- 啥爲不確定性的理性回應?
  - ✓ 買保險 (健康, 壽險, 車險)
  - ? 相依消費財的資產組合

## 多樣化

- 兩家廠商，A 與 B。股票每張 $10
- 有 ½機會 A的利潤爲 $100 而B利潤爲 $20 ，另外 ½機會 A的利潤爲 $20 而B利潤爲 $100
- A可以記作 A=(1/2,1/2)*(100,20)，
- B可以記作 B=(1/2,1/2)*(20,100)
- 你有 $100 作投資。怎作?

## 多樣化

- 只買廠商 A的股票?
- $100/10 = 10 股
- 賺$1000的機率 1/2 與 $200的機率1/2
- 記作 (1/2,1/2)*(1000,200)
- 期望值爲: $1000 x1/2+$200x1/2
- =$500 + $100 = $600

## 多樣化

- 只買廠商 B 的股票?
- $100/10 = 10 股
- 賺$1000的機率 1/2 與 $200的機率1/2
- 記作 (1/2,1/2)*(200,1000)
- 期望值爲: $200 x1/2+$1000x1/2
- =$100 + $500 = $600

## 多樣化

- 各買 5 股?
- (1/2,1/2)*(20,100)*5
- +(1/2,1/2)*(100,20)*5
- = (1/2,1/2)*(600,600)
- 穩賺$600
- 多樣化可能在維持期望利潤的同時降低風險

## 多樣化

- 各買 5 股?
- 穩賺$600
- 多樣化可能在維持期望利潤的同時降低風險
- 通常，多樣化以降低期望利潤來換取較低的風險

## 風險分散/互相保險

- 1000位起始財富爲 $35,000風險中立者
- 風險損失$10,000，機率 = 0.01
- 風險獨立
- 沒有保險: 期望財富爲

$$0\cdot99\times\$35,000+0\cdot01(\$35,000-\$10,000)$$

$$=\$34,900.$$

- 預期損失爲10000*0.01=100

## 風險分散/互相保險

- 獨自承擔: 風險資產 $\begin{pmatrix}0.99\\0\cdot01\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}\$35,000\\\$25,000\end{pmatrix}$
- 互相保險:這 1,000個人每個人每年都支付 $100 給互保基金，有$100,000
- 平均而言，1,000人每年有1%，即10個人遭逢意外，需要＄10,000 ＊ 10 ＝ ＄100,000
- 平均而言，收支平衡
- 所有人的資產都不再有風險 $\begin{pmatrix}0.99\\0\cdot01\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}\$34,000\\\$34,000\end{pmatrix}$